

SÉRIE A, N° 2224
N° D'ORDRE : 3095

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

Charles FEHRENBACH

1^{re} THÈSE : La mesure des vitesses radiales au prisme objectif.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 7 Juillet 1947 devant la Commission d'examen :

MM. CROZE, *Président*

DANJON

SOLEILLET

} *Examineurs*

SÉRIE A, N° 2224
N° D'ORDRE : 3095

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

Charles FEHRENBACH

1^{re} THÈSE : La mesure des vitesses radiales au prisme objectif.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 7 Juillet 1947 devant la Commission d'examen :

MM. CROZE, *Président*

DANJON

SOLEILLET

} *Examineurs*

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen M. J. CABANNES



PROFESSEURS

L. BLARINGHEM. . . . T Botanique.
 G. JULIA. T Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
 C. MAUGUIN. T Minéralogie.
 A. DENJOY. T Théorie des Fonctions.
 L. LUTAUD. T Géographie physique et géologie dynamique.
 E. DARMOIS. T Enseignement de Physique.
 Robert LEVY. T Physiologie comparée.
 Henri VILLAT. T Mécanique des fluides et applications.
 Ch. JACOB. T Géologie.
 P. PASCAL. T Chimie générale.
 M. FRECHET. T Calcul des probabilités et Physique mathématique.
 Mme RAMART-LUCAS. T Chimie organique.
 H. BEGHIN. T Mécanique physique et expérimentale.
 FOCH. T Mécanique expérimentale des fluides.
 PAUTHENIER. T Electrotechnique générale.
 De BROGLIE. T Théories physiques.
 JOB. T Chimie générale.
 PRENANT. T Anatomie et Histologie comparées.
 VILLEY. T Mécanique appliquée.
 COMBES. T Physiologie végétale.
 GARNIER. T Géométrie supérieure.
 PÉRÈS. T Mécanique rationnelle.
 HACKSPILL. T Chimie minérale.
 LAUGIER. T Physiologie générale.
 TOUSSAINT. T Technique Aéronautique.
 M. CURIE. T Physique (P.C.B.).
 G. RIBAUD. T Hautes températures.
 CHAZY. T Mécanique analytique.
 H. GAULT. T Chimie appliquée.
 CROZE. T Physique théorique et physique céleste.
 DUPONT. T Théories chimiques.
 LANQUINE. T Géologie structurale et géologie appliquée.
 VALIRON. T Calcul différentiel et Calcul intégral.
 BARRABÉ. T Géologie structurale et géologie appliquée.
 VAVON. T Analyse et mesures chimiques.
 G. DARMOIS. T Mathématiques générales.
 CHATTON. T Biologie maritime.
 AUBEL. T Chimie biologique.

Jacques BOURCART. . . . Géographie physique et Géologie dynamique.
 Mme JULIOT-CURIE. . . T Physique générale et Radioactivité.
 PLANTEFOL. T Botanique.
 CABANNES. T Recherches physiques.
 GRASSÉ. T Zoologie (Evolution des êtres organisés).
 PREVOST. Chimie organique.
 BOULIGAND. T Application de l'analyse à la Géométrie.
 CHAUDRON. T Chimie.
 WYART. Minéralogie.
 TEISSIER. T Zoologie.
 MANGENOT. T Biologie végétale.
 P. AUGER. T Physique quantique et relativité.
 MONNIER. Physiologie générale.
 PIVETEAU. Géologie.
 ROCARD. T Physique.
 H. CARTAN. Calcul différentiel.
 SHAEFFER. T Physiologie des fonctions.
 LAFFITE. Chimie (P.C.B.).
 LERAY. Mécanique théorique des fluides
 FAVART. Calcul des probabilités et Physique-Mathématique.
 COULOMB. T Physique du globe.
 Mlle COUSIN. Biologie animale (P.C.B.).
 CHRETIEN. Analyse et mesures chimiques
 DRACH. Evolution des êtres organisés.
 CHATELET. T Arithmétique et théorie des nombres.
 EPHRUSSI. T Génétique.
 WURMSER. T Biologie physico-chimique.
 KASTLER. Physique.
 BAUER. T Chimie-Physique.
 RIVIERE. Géologie (P.C.B.).
 GAUTHERET. Biologie Végétale (P.C.B.).
 LUCAS. Physique.
 MAX MORAND. Physique.
 ARNULF. Optique appliquée.
 A. THOMAS. Zoologie.
 SOLEILLET. Physique.
 FORTER. Mécanique expérimentale des fluides.
 DANJON. T Astronomie.
 FROMAGEOT. Chimie Biologique.
 LAPORTE. Physique générale et Radioactivité.

Secrétaire. . . . Ch. MONIER

A Monsieur André DANJON

Directeur
de l'Observatoire de Paris

A Monsieur André COUDER

Astronome titulaire
à l'Observatoire de Paris

Hommage de respectueuse gratitude.

RECHERCHES SUR LA MESURE DES VITESSES RADIALES AU PRISME OBJECTIF

par Charles FEHRENBACH
(Observatoire de Haute Provence)

- I. La Méthode d'absorption.
- II. La Méthode des longueurs des spectres.
 - La Méthode de retournement.
 - Le Prisme à champ normal.
- III. Résultats obtenus avec le prisme à champ normal.

RECHERCHES SUR LA MESURE DES VITESSES RADIALES AU PRISME OBJECTIF

par Charles FEHRENBACH *
(Observatoire de Haute Provence)

I. La méthode d'absorption

SOMMAIRE. — Nous faisons une théorie sommaire du prisme objectif et nous posons le problème de la mesure des vitesses radiales au prisme objectif.

Nous définissons et calculons la distorsion de champ du prisme objectif, ainsi que la variation de la dispersion avec la position du spectre dans le champ.

La méthode d'absorption se propose d'étalonner les spectres stellaires en longueur d'onde à l'aide des bandes d'absorption relativement fines du chlorure de néodyme. Cette méthode a échoué à cause de la dissymétrie de la seule bande utilisable. Nous montrons que la position apparente du centre dépend de la concentration de la solution, de la durée de pose, de la pureté du spectre et de l'appareil de mesure.

INTRODUCTION

Le spectrographe à fente fournit d'excellentes vitesses radiales, mais les mesures sont longues et immobilisent de grands instruments. Malgré une cinquantaine d'années de travail, le nombre des étoiles mesurées est encore assez peu élevé.

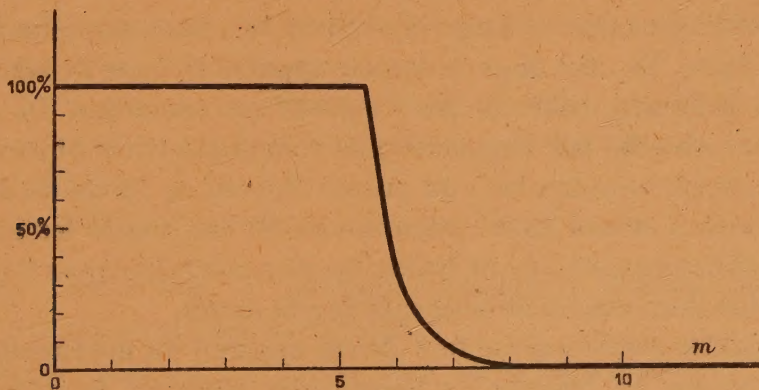


FIG. 1.

Ce sont surtout les mesures systématiques d'étoiles faibles qui manquent. La figure 1 montre avec quelle rapidité la proportion des étoiles mesurées diminue avec

* Extrait des *Annales d'Astrophysique*, t. 10, nos 3 et 4, pages 257 à 280, 306 à 328, t. 11, n° 1. pages 35 à 57.

l'éclat des étoiles. Pratiquement toutes les étoiles plus faibles que la septième grandeur restent à mesurer.

A l'heure actuelle de nombreux problèmes de statistique stellaire ne peuvent être résolus parce que nous ne connaissons pas les vitesses radiales des étoiles faibles. Il serait très important d'augmenter fortement le nombre de mesures en atteignant des étoiles de plus en plus faibles.

Le spectrographe à fente classique ne permet pas de résoudre ce problème. Aussi a-t-on essayé depuis longtemps de profiter du grand rendement du prisme objectif. Malheureusement toutes les tentatives ont échoué.

Dans ce travail nous avons étudié et discuté toutes les méthodes sérieuses proposées. Nous pensons mettre clairement en évidence les causes diverses de leurs échecs. Nous avons imaginé et fait construire un nouveau prisme objectif ayant des qualités très supérieures au prisme objectif classique. Cet instrument permet la mesure des vitesses radiales.

LE PRISME OBJECTIF

Dans sa forme classique le prisme objectif est formé par un objectif astrographique O devant lequel on a placé un prisme P. Cet ensemble est dirigé vers un champ stellaire ; chaque étoile forme sur la plaque photographique son spectre.

Nous supposons l'ensemble réglé et dirigé de telle façon que la radiation de longueur d'onde λ_0 émise par une étoile E chemine dans le plan de section principale du prisme, le traverse au minimum de déviation, et converge après le passage à travers le prisme au foyer principal F de l'objectif.

Nous nommerons *normal* le spectre produit dans ces conditions par l'étoile E.

I. LUMINOSITÉ ET CHAMP. — Le prisme objectif est beaucoup plus lumineux que le spectrographe à fente. En effet dans ce dernier appareil la fente ne laisse passer qu'une infime partie de la lumière collectée par l'objectif astronomique. De plus le faisceau est plus fortement absorbé par l'appareil plus compliqué (trois objectifs au lieu d'un seul). La différence est considérable : un prisme objectif de 15 cm de diamètre permet d'atteindre les mêmes étoiles qu'un télescope de 80 cm, toutes les autres conditions (dispersion, temps de pose, etc.) étant égales. De plus une même pose fournit les spectres de toutes les étoiles d'un champ de plusieurs degrés carrés.

Ces deux qualités remarquables font de cet appareil un instrument d'exploration magnifique (Catalogue H. DRAPER — Bergedorfer Spektral Durchmusterung, etc.). Malheureusement il ne se prête pas a priori à des mesures de longueurs d'onde, à cause de plusieurs *défauts*.

II. DÉFAUTS. — a) *L'absence de fente* diminue fortement la *qualité* des spectres, dont la pureté n'est pas aussi grande que celle d'un spectre de fente.

b) Il n'est pas possible d'étalonner les spectres en leur juxtaposant le spectre d'une source terrestre.

c) La déviation et la dispersion varient d'un point du champ à l'autre, ce qui complique beaucoup les mesures.

De nombreuses méthodes ont été proposées pour rendre possible les mesures absolues de longueurs d'onde et par conséquent les mesures de vitesses radiales. Avant d'entreprendre l'étude détaillée de ces méthodes, posons clairement le problème qu'elles doivent résoudre.

III. LA MESURE DES VITESSES RADIALES AU PRISME OBJECTIF. — *Rendement.* —

Les qualités essentielles du prisme objectif doivent être conservées :

- 1° sa grande luminosité ;
- 2° la possibilité de mesurer plusieurs spectres sur une même plaque ;
- 3° le dépouillement des clichés doit être assez rapide pour que tout le gain de temps que procure la grande luminosité ne soit pas perdu ;
- 4° si possible, toutes les classes spectrales doivent être mesurées.

Précision. — 1° La qualité des images n'étant pas excellente, on se contentera d'une précision intérieure à celle que donne le spectrographe à fente.

2° Néanmoins aucune erreur systématique ne sera tolérée, une telle erreur risquant de fausser complètement les problèmes que l'astronomie actuelle se propose de résoudre.

Diverses questions d'astronomie stellaire progresseraient si des vitesses radiales d'étoiles connues avec une précision de 8 à 10 km/sec pour des étoiles jusqu'à la 9^e ou 10^e grandeur étaient mesurées en grand nombre.

Un tel matériel permettrait de continuer l'étude des questions suivantes :

- 1° Détermination du mouvement du Soleil par rapport à des étoiles plus faibles (effets de masse, magnitude, spectre, etc.).
- 2° Étude de la rotation différentielle de OORT et problèmes connexes.
- 3° Recherche et statistique d'étoiles à grandes vitesses radiales.
- 4° Courants stellaires.
- 5° Recherches systématiques de doubles spectroscopiques.

Discussion des mesures faites. — Les essais de mesure de vitesses radiales au prisme objectif ont été faits par les méthodes suivantes :

- 1° Étalonnage direct des spectres stellaires par des sources terrestres.
- 2° Étalonnage par un spectre d'absorption superposé au spectre stellaire.
- 3° Mesure de la longueur du spectre. Cette longueur dépend de la vitesse radiale.
- 4° Retournement du prisme de 180° après une première pose. On obtient ainsi pour chaque étoile deux spectres juxtaposés, dont l'un est retourné par rapport à l'autre. La distance des deux images d'une même radiation dépend de la vitesse radiale.

Toutes ces tentatives ont échoué, soit à cause de la complexité des dispositifs ou de leur manque de précision (méthodes 1 et 2), soit à cause des propriétés du prisme objectif : distorsion de champ et variation de la dispersion (méthodes 3 et 4).

Une connaissance précise des propriétés du prisme objectif est nécessaire à cette étude critique. C'est par une théorie du prisme objectif que nous commençons notre travail. SCHWARZSCHILD [1] a fait cette théorie d'une façon très complète. Nous nous reporterons souvent à ce travail.

ÉTUDE DE LA DÉVIATION PAR UN PRISME

L'étude de la déviation de la lumière par un prisme est un problème classique et élémentaire, que nous ne pouvons reproduire ici en détail.

Nous indiquerons le problème posé et le principe des calculs ; nous aurons besoin des résultats, que nous discuterons en détail.

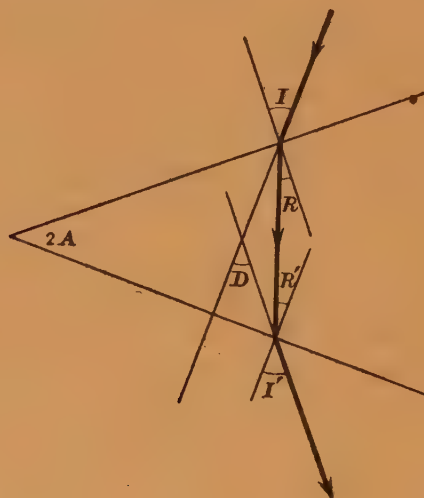


FIG. 2.

Un prisme d'angle $2A$ (fig. 2) est au minimum de déviation pour un rayon contenu dans le plan de section principale lorsque ce rayon traverse le prisme symétriquement. Son incidence est alors I , on a :

$$\sin I = n \sin A$$

et la déviation est

$$D = 2(A - I);$$

n est l'indice de réfraction du verre pour ce rayon.

1° Lorsque l'incidence diffère de I d'un petit angle i , le rayon subit une déviation supérieure à D .

2° Lorsque le rayon incident ne chemine plus dans le plan de section principale, mais fait avec ce plan un angle θ , le rayon subit aussi une déviation supérieure à D .

Un théorème énoncé par CORNU dit d'ailleurs que le prisme se comporte par rapport à ce rayon comme un prisme d'angle $2A$ dont l'indice ne serait plus n mais :

$$N = n \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)} \sim n \left(1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \theta^2\right).$$

3° Naturellement, si le rayon correspond à une autre longueur d'onde, l'indice du verre pour ce rayon n'est plus n , mais n' , que nous écrivons :

$$n' = n(1 + \nu).$$

Il s'agit de calculer la différence de déviation entre le rayon quelconque (incidence $I + i$, angle avec le plan de section principale, $n' = n(1 + \nu)$) et le rayon du minimum (I , plan de section principale, n).

Il suffit d'écrire les équations du prisme pour le rayon quelconque :

$$(1) \quad \begin{cases} \sin J = n' \sin R \\ R' = 2A - R \\ \sin J' = n' \sin R' \\ D = 2A - (J + J') \end{cases}$$

et de remplacer dans cette équation J par $I + i$ et n' par N .

On peut alors faire un développement en série de tout le système et calculer l'accroissement δ que prend D lorsqu'on passe du rayon correspondant au minimum de déviation au rayon quelconque.

Si on considère i et θ comme des infiniment petits du 1^{er} ordre, et ν comme un infiniment petit du 2^e ordre, on trouve :

$$(2) \quad \begin{cases} \delta = \delta_0(1 - Pi) + Pi^2 + Q\theta^2 \\ \text{où } \delta_0 \text{ est la dispersion centrale} & \delta_0 = 2\nu \operatorname{tg} I \\ \text{et} & P = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{\operatorname{tg} I}{\cos^2 A} \quad Q = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \operatorname{tg} I \end{cases}$$

Déplacement dû à l'effet Doppler-Fizeau. — La vitesse radiale v produit une variation de longueur d'onde

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{c} v,$$

à laquelle correspond une variation d'indice :

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{c} v;$$

introduisons la notation

$$f = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{c} :$$

alors

$$\frac{\Delta n}{n} = f \cdot v.$$

A la variation d'indice $\frac{\Delta n}{n}$ correspond une déviation $\Delta \delta$ donnée immédiatement par la formule (2) où v est remplacé par $f v$:

$$(3) \quad \Delta \delta = 2f \operatorname{tg} I \cdot v$$

Si F est la distance focale de l'objectif, le déplacement linéaire est

$$\Delta x = F \cdot \Delta \delta = 2fF \operatorname{tg} I \cdot v.$$

que nous écrivons :

$$(3/bis) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta x = L(\lambda) \cdot v, \\ \text{avec } L(\lambda) = 2fF \operatorname{tg} I. \end{array} \right.$$

Discussion. — Prenons une photographie d'un champ stellaire en dirigeant l'axe optique de la lunette vers une étoile E_0 . Son image e_0 se forme au foyer de l'objectif, au centre de la plaque.

Une autre étoile de coordonnées i et θ par rapport à la précédente donnera son image en e .

Disposons le prisme devant la lunette et réglons l'appareil de façon que la raie λ_0 de l'étoile E_0 , correspondant au minimum de déviation, donne encore son image en e_0 .

Nous nommerons *normal* le spectre donné dans ces conditions par l'étoile centrale E_0 .

La formule (2)

$$\delta = \delta_0(1 - Pi) + Pi^2 + Q\theta^2$$

nous montre

1° que la raie λ_0 de l'étoile non centrale E ne se forme plus en e , mais est déplacée vers les petites longueurs d'onde de la quantité

$$(4) \quad \varepsilon = Pi^2 + Q\theta^2;$$

nous nommerons ε *distorsion de champ du prisme* ;

2° que le spectre de l'étoile E se déduit du spectre normal par une dilatation dans le rapport

$$k = 1 - Pi.$$

Nous allons étudier séparément l'importance de ces deux phénomènes et les comparer aux déplacements dus à l'effet Doppler-Fizeau.

Distorsion de champ du prisme. — La distorsion $\varepsilon = Pi^2 + Q\theta^2$ est toujours parallèle au plan de section principale Π . Lorsque l'angle $2A$ du prisme est petit, P et Q sont très voisins et la distorsion est pratiquement la même pour tous les points d'un cercle centré sur le foyer (réglages supposés parfaits).

On peut se demander quelle transformation fait subir cette distorsion à la figure constituée par des cercles concentriques et des diamètres de ces cercles.

Chaque cercle est déplacé ($P = Q$) dans son ensemble d'une quantité Pr^2 d'autant plus grande que le rayon r du cercle est plus grand. Les divers cercles ne restent plus concentriques.

Les diamètres de ces cercles ne restent pas des droites, mais deviennent, à notre approximation, des paraboles tangentes en O aux droites dont elles sont les transformées.

La distorsion est importante. Calculons sa valeur dans le cas de deux prismes objectifs types donnant chacun une dispersion de 88 Å/mm près de H_γ avec un objectif de 2 mètres de distance focale.

Premier prisme objectif : verre crown B 2 158 de Parra-Mantois.

$$\begin{array}{ll} \lambda_0 = 4\,340 \text{ Å} & n = 1,54654 \\ 2A = 23^\circ & P = 0,196. \end{array}$$

Deuxième prisme objectif : verre flint C O 438 de Parra-Mantois.

$$\begin{array}{ll} \lambda_0 = 4\,340 \text{ Å} & n = 1,62442 \\ 2A = 12,5^\circ & P = 0,112. \end{array}$$

A une distance de 1° du centre du champ, la distorsion linéaire est de 0 mm,137 pour le premier prisme objectif, alors qu'elle n'est que de 0 mm,088 pour le second.

Nous pouvons calculer la vitesse radiale qui produirait un déplacement égal à la distorsion. Nous trouvons ainsi pour les deux prismes objectifs précédents, et à 1° du centre, 840 km/sec et 540 km/sec. Ces deux valeurs sont d'ailleurs pratiquement indépendantes de l'angle $2A$ du prisme mais dépendent de la famille du verre. Les crowns moyens sont caractérisés par une distorsion de 800 km/sec à 1° du centre du champ ; les flints moyens par 500 km/sec. Dans les coins d'une plaque de 6° de côté, la distorsion atteint respectivement 15 000 et 10 000 km/sec.

Variation de la dispersion. — On obtient la dispersion pour une étoile quelconque en multipliant la dispersion normale par le facteur

$$k = 1 - Pi, \quad \text{où} \quad P = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{\operatorname{tg} I}{\cos^2 A};$$

ce facteur est indépendant de θ : il prend des valeurs différant d'autant plus de 1 que l'angle du prisme est plus grand.

Le terme Pi vaut 0,001 pour $2A = 6^\circ$ $i = 1^\circ$ ($n = 1,6$)

0,01 $2A = 50^\circ$ $i = 1^\circ$

Dans le cas des prismes objectifs précédents, le terme Pi prendra pour $i = 1^\circ$ les valeurs :

0,0033 (prisme objectif en crown),
0,0021 (prisme objectif en flint).

Les spectres qui mesurent environ 15,5 mm entre 3 970 et 4 861 Å s'allongent ou se

raccourcissent respectivement de 52 et 33μ . Ces variations de longueurs sont très loin d'être négligeables.

Cette étude rapide nous a montré l'importance de la distorsion et de la variation de dispersion. Remarquons que les corrections de distorsion et de dispersions sont plus petites pour le prisme de flint. Il y a donc avantage à construire des prismes objectifs en flint.

Nous étudierons avec plus de détail l'influence de ces effets sur les diverses méthodes qui ont été proposées pour la mesure des vitesses radiales.

ÉTUDE DES DIVERSES MÉTHODES DE MESURE DE VITESSES RADIALES AU PRISME OBJECTIF

MÉTHODES PERMETTANT L'ÉTALONNAGE DIRECT DES SPECTRES PAR DES SOURCES TERRESTRES.

Signalons quelques méthodes qui ont été proposées, mais qui ont toutes échoué par suite de difficultés diverses :

En fait, toutes ces méthodes ne permettent que l'étalonnage d'une seule étoile. Elles sont par là sans intérêt. On a bien indiqué des procédés très compliqués, permettant d'étalonner de nombreuses étoiles, mais tous manquent absolument de précision.

DESLANDRES [2] dispose devant le prisme un petit prisme à réflexion totale et un collimateur avec fente éclairée par une source terrestre. Ce dispositif présente deux défauts :

1^o l'image produite par le petit prisme n'est pas comparable à l'image stellaire (diffraction, aberration de l'objectif) ;

2^o il est impossible de régler avec une précision suffisante la direction du collimateur et de la lunette guide ; les mesures absolues sont donc impossibles.

La juxtaposition des deux spectres doit être réalisée avec une précision de l'ordre du micron. L'orientation du petit prisme pour un prisme objectif de 2 m de distance focale doit être réalisée à $1/10$ de seconde d'arc.

Il est même impossible de garder l'ensemble assez rigide pour faire des mesures différentielles, car à l'inverse de ce qui se passe pour le spectrographe à fente, les flexions et autres déplacements se retrouvent ici intégralement comme erreurs de mesures.

Nous pouvons conclure que la méthode de DESLANDRES est inapplicable.

HAMY [3] propose une combinaison assez voisine, mais plus compliquée. Son but est d'éviter ou plutôt de compenser les défauts de guidage et de flexion.

Son appareil se compose du prisme et de son objectif, de trois miroirs auxiliaires, d'un collimateur et de sa fente et d'un oculaire de guidage. Il est très compliqué et ne permet que la mesure d'une seule étoile, il ne présente donc aucun intérêt.

Le dispositif proposé par HAMY pour rendre la méthode applicable à de nombreuses étoiles est irréalisable et ne mérite pas d'être décrit.

Dans une autre note, HAMY [4] propose un dispositif analogue pour un réseau objectif. Aux difficultés précédentes on ajoute ainsi la faible luminosité d'un tel ensemble.

LA MÉTHODE D'ABSORPTION.

Le principe de la méthode est d'étalonner le spectre de chaque étoile par des raies d'absorption de longueurs d'onde bien connues. Cette méthode paraît parfaite, il suffit d'interpoler les longueurs d'onde des raies stellaires entre les longueurs d'onde des raies d'absorption. Avec d'excellentes raies la méthode serait aussi bonne sinon meilleure que l'étalonnage des spectres à fentes par une source terrestre.

Pour qu'il en soit ainsi il faudrait :

1° que les raies soient assez fines, symétriques et très contractées ; une trop grande finesse nuirait d'ailleurs, car de telles raies n'apparaîtraient pas dans un spectre de prisme objectif, qui n'est pas assez pur ;

2° que les raies soient nombreuses, sans toutefois se confondre à cause de la petite dispersion employée ;

3° que leur production soit relativement facile.

On a songé à diverses substances absorbantes :

Raies d'absorption de molécules gazeuses. — (Cl^2 , NO^2 , raies telluriques). Les résultats n'ont pas été encourageants, parce que ces raies sont trop nombreuses (NO^2 , Cl^2) et mal contrastées. Les raies telluriques sont situées dans une région peu accessible du spectre. Elles n'apparaissent pas sur les spectrogrammes d'un prisme objectif normal.

Solutions de sels de terres rares. — Plusieurs substances ont été proposées (Eu, Nd, etc.). Le chlorure de néodyme paraît le mieux convenir : il a été expérimenté [5]. C'est un corps assez facile à obtenir et présentant à première vue toutes les qualités requises. Dans de bonnes conditions expérimentales (concentration et épaisseur de la solution, pose correcte des clichés), il montre plusieurs bandes très fines, ayant presque l'allure de raies. Malheureusement un examen plus approfondi montre que seule une bande, nommée NdA par plusieurs chercheurs, a les qualités requises pour les mesures de vitesses radiales.

Les auteurs qui l'ont utilisée donnent pour cette bande une longueur d'onde voisine de $4\,272,7 \text{ \AA}$ et une largeur de $2 \text{ \AA}$. Cette raie est réputée avoir une longueur d'onde constante, quelles que soient la concentration et la température de la solution. Elle est décrite comme étant symétrique. Des mesures nous ont montré que cette description est beaucoup trop optimiste.

Il est certain que si notre substance présentait deux bonnes raies, les mesures de vitesses radiales seraient aisées par cette méthode. Avec une seule raie, les mesures

paraissent encore possibles, mais elles sont déjà bien plus difficiles, parce qu'il faut tenir compte des variations de dispersion dans le champ de la plaque.

Examinons en détail comment on peut faire les mesures.

Le prisme est au minimum de déviation pour la raie NdA 4 272,7 Å de l'étoile centrale E₀, de vitesse radiale nulle. La raie NdA de cette étoile se forme au foyer de l'objectif, centre de la plaque. Les raies de l'hydrogène H_γ et H_δ se forment à des distances γ₀ et δ₀ de la raie NdA. Nous prenons pour sens positif le sens des longueurs d'onde croissantes (γ > 0). Pour une étoile E' dont les coordonnées sont i et θ, la dispersion est multipliée par le facteur k = 1 — Pi, de sorte que les longueurs γ₀ et δ₀ deviennent :

$$\gamma' = \gamma_0(1 - Pi), \quad \delta' = \delta_0(1 - Pi).$$

Si l'étoile est animée d'une vitesse radiale v, ces quantités augmentent de

$$\Delta\gamma = L(\gamma)v, \quad \Delta\delta = L(\delta)v,$$

où L(γ) et L(δ) sont les sensibilités à l'effet Doppler-Fizeau du prisme objectif pour H_γ et H_δ :

$$L(\lambda) = \frac{\lambda}{c} \frac{\partial x}{\partial \lambda}.$$

Dans ces conditions pour l'étoile E

$$(5) \quad \begin{cases} \gamma' = \gamma_0(1 - Pi) + L(\gamma)v, \\ \delta' = \delta_0(1 - Pi) + L(\delta)v. \end{cases}$$

Écrivons ces relations :

$$(6) \quad \begin{cases} \frac{\gamma' - \gamma_0}{\gamma_0} = -Pi + \frac{L(\gamma)}{\gamma_0}v, \\ \frac{\delta' - \delta_0}{\delta_0} = -Pi + \frac{L(\delta)}{\delta_0}v. \end{cases}$$

Les variations relatives $\frac{\gamma' - \gamma_0}{\gamma_0}$ et $\frac{\delta' - \delta_0}{\delta_0}$ se composent de deux termes :

1) le déplacement dû à l'effet Doppler-Fizeau, que nous nous proposons de mesurer : $\frac{L(\gamma)v}{\gamma_0}, \quad \frac{L(\delta)v}{\delta_0}$;

2) le déplacement dû à la variation de la dispersion, qui est un terme correctif nuisible (— Pi).

Il est important de comparer ces deux déplacements.

Dans le cas des deux prismes objectifs déjà étudiés, les termes correctifs — Pi simulent les vitesses radiales suivantes :

	H _δ	H _γ
Prisme objectif (1) crown	+ 39	— 16 km/sec.
Prisme objectif (2) flint	+ 23	— 10
à 1° du centre du champ.		

Ces termes correctifs sont importants et ils doivent être déterminés avec précision. On peut néanmoins remarquer qu'il est facile de les éliminer : en effet les deux équations [3] contiennent comme seules inconnues v et Pi . La différence entre ces deux équations :

$$(7) \quad \frac{\gamma' - \gamma_0}{\gamma_0} - \frac{\delta' - \delta_0}{\delta_0} = \left(\frac{L(\gamma)}{\gamma_0} - \frac{L(\delta)}{\delta_0} \right) v$$

ne contient pas le terme correctif Pi .

Cette méthode paraît extrêmement simple et on pourrait espérer de bons résultats pour les étoiles de type spectral moins avancé que F0 présentant des raies H_γ et H_δ bien nettes. Pour les étoiles plus avancées les raies sont trop nombreuses, la bande NdA se confond avec les raies stellaires et les mesures deviennent impossibles.

Il se trouve que les résultats obtenus par divers auteurs ne répondent pas à ces espoirs.

SCHWARZSCHILD [6] a obtenu des vitesses radiales pour α Cr B. Les erreurs probables atteignent 13 km/sec pour un spectre. Comme ces mesures n'ont été faites que pour une étoile, elles ne nous apprennent rien d'intéressant sur ce qu'on peut attendre de la méthode ; le même auteur a imaginé de vérifier la méthode de retournement que nous exposerons en détail plus loin par la mesure simultanée des raies de Nd Cl³. L'auteur a constaté un désaccord très grand entre les deux méthodes, les résultats corrects étant fournis par la méthode du retournement.

GRAHAM [7] a publié une série de résultats obtenus avec un cliché, mais il n'a pas tenu compte de la *variation de la dispersion* avec la position du spectre. Ses résultats n'ont donc pas grande signification.

WILSON [8] a fait quelques mesures sur Praesepe et a trouvé des vitesses radiales échelonnées entre — 65 et + 77 km/sec. Il parle d'une erreur probable de — 10 km/sec.

MILLMAN [9] a effectué des mesures au spectro-comparateur ; il comparait directement le spectre de l'étoile mesurée avec le spectre d'une étoile placée au même endroit de la plaque. Cette méthode parfaitement correcte nécessite la prise de clichés auxiliaires assez laborieuse. Les résultats obtenus sont peu encourageants. Les erreurs de mesure sont si grandes (environ 30 à 70 km/sec) que l'auteur conclut à l'inutilité de ses mesures.

Enfin Bok et Cuskey [10] ont publié un travail important avec de nombreuses mesures faites dans l'hémisphère nord, alors que CHERRY [11] a publié des mesures faites dans l'hémisphère sud.

Ces publications, les plus importantes relatives à la méthode d'absorption, méritent une étude détaillée.

Le principe du dépouillement du cliché est basé sur la remarque que le rapport

$\frac{\gamma'}{\gamma' - \delta'}$ doit dépendre très peu de la position du spectre sur la plaque. En effet, reprenons les équations (5) ; nous en tirons facilement ;

$$\frac{\gamma'}{\gamma' - \delta'} = \frac{\gamma_0(1 - Pi) + L(\gamma)v}{(\gamma_0 - \delta_0)(1 - Pi) + \{L(\gamma) - L(\delta)\}v}$$

Remarquons que $L(\gamma) - L(\delta)$ est beaucoup plus petit que $L(\gamma)$; on peut donc écrire avec une bonne approximation (les termes en i^2 , vi et $(L(\gamma) - L(\delta))v$ étant négligés) :

$$(8) \quad \frac{\gamma'}{\gamma' - \delta'} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - \delta_0} + \frac{L(\gamma)}{\gamma_0 - \delta_0} v.$$

Cette remarque s'apparente à celle que nous avons faite plus haut formule (6) et est basée sur le fait qu'on peut négliger la variation de la distance $(\gamma - \delta)$ des raies H_γ et H_δ provoquée par la vitesse radiale. Il semble que les mesures de BOK et CUSKEY dépouillées de cette façon n'aient pas donné satisfaction, de sorte que les auteurs ont trouvé nécessaire de corriger γ et $\gamma - \delta$ avec des corrections de dispersion.

Ils ont obtenu ces corrections en prenant des clichés auxiliaires. L'appareil est pointé plusieurs fois sur une même étoile, de façon que les spectres successifs prennent toutes les positions possibles dans le champ de la plaque. Ces clichés permettent de calculer les corrections de dispersion $(1 - Pi)$. Les auteurs ne se contentent d'ailleurs pas de cette approximation et introduisent les termes en i^2 et θ^2 .

Nous devons insister sur un fait très important : les corrections de dispersion trouvées par ces auteurs sont des données extrêmement variables d'un cliché à l'autre. Ce résultat est très surprenant, car a priori le terme Pi (comme d'ailleurs les termes d'ordre supérieur) doit être bien défini et il ne doit guère dépendre des défauts de réglage et des variations de température.

A titre d'exemple, nous avons représenté sur la figure 3 les corrections de dispersion trouvées par BOK et CUSKEY (*loc. cit.* p. 338) pour un point défini de la plaque ($y = +10$). Nous avons pris assez arbitrairement la température du jour d'observation comme abscisse.

Ce graphique montre la variation capricieuse des corrections d'un cliché à l'autre. Un examen plus attentif montre que lorsque $\Delta\gamma$ est exceptionnellement grand, $\Delta\delta$ est exceptionnellement petit et vice versa. Tout se passe donc comme si c'était la raie NdA qui se déplaçait, c'est-à-dire comme si cette raie avait une longueur d'onde apparente différente suivant que le spectre était au centre ou loin du centre de la plaque, et que l'importance de ce changement variait d'un jour à l'autre.

Les données de BOK et de CUSKEY nous permettent de calculer les déplacements $\Delta\lambda$ qui expliquent les effets observés. La figure 3 représente aussi ces valeurs, qui atteignent 1Å.

Dans de telles conditions, les mesures effectuées avec un étalon mobile n'ont aucune signification ; cette explication ne peut être retenue que si on peut en trouver la cause physique.

Une étude approfondie de la raie NdA paraît nécessaire pour élucider cette question.

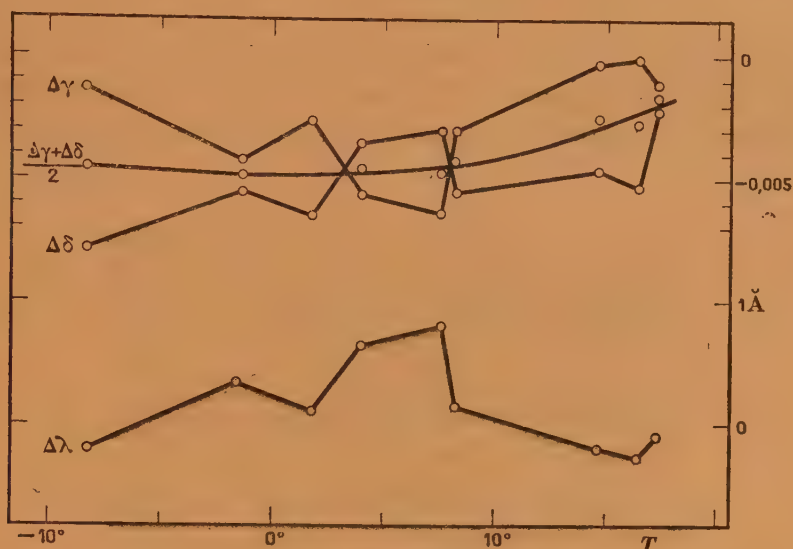


FIG. 3.

Erreurs des mesures de Bok et Cuskey. — Les évaluations d'erreur de ces auteurs nous paraissent un peu optimistes. J'ai repris leurs calculs.

1° *Erreurs absolues.* — Les différences Δv entre les mesures de 25 étoiles publiées par BOK et CUSKEY et les valeurs obtenues par le spectroscope à fente obéissent à une loi de Gauss, avec une dispersion de 14,3 km/sec.

2° *Erreurs accidentelles.* — J'ai calculé les différences entre les moyennes pondérées et les divers nombres qui entrent dans le calcul de ses moyennes.

La moyenne quadratique de ces valeurs est 23,4 km/sec. Les valeurs Δv n'obéissent pas à une loi de Gauss, les grandes erreurs sont trop nombreuses ; lorsqu'on ne tient pas compte de ces valeurs, la courbe de Gauss correspond à $\epsilon = 15,5$ km/sec. Ces résultats ne sont pas changés si on fait les dépouillements entièrement en donnant le même poids à toutes les mesures.

Les mesures de CHERRY donnent pour la valeur de ces erreurs respectivement :

$$\begin{aligned} \epsilon &= 18,2 \text{ km/sec} \\ \text{et} \quad \epsilon &= 16,0 \text{ km/sec.} \end{aligned}$$

Conclusion : Les erreurs paraissent nettement plus grandes que ne le pensent les auteurs américains. Les grandes erreurs sont très nombreuses.

ÉTUDE DE LA RAIE NdA

Le spectre d'absorption de Cl^3Nd en solution aqueuse (fig. 4) est composé par un certain nombre de bandes plus ou moins diffuses. Une seule a l'aspect d'une raie relativement fine. Sa position ($4\,273\text{ \AA}$) la rend commode pour les recherches poursuivies. Mon travail s'est limité à l'étude de cette bande.

Spectrographe Hilger. — J'ai commencé par prendre un certain nombre de clichés avec un spectrographe Hilger à petite dispersion ($18\text{ \AA/mm}$ vers $4\,273\text{ \AA}$). La mesure de ces clichés a donné des résultats incohérents, malgré tous les soins apportés. Les

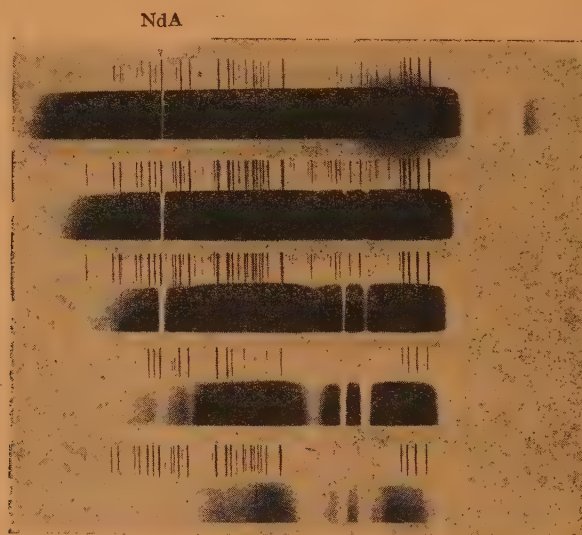


FIG. 4. — Spectre d'une solution de NdCl_3 avec divers temps de pose (petite dispersion).

valeurs obtenues pour la longueur d'onde de la raie variaient avec de nombreux facteurs :

- concentration des solutions,
- durée de pose des spectres,
- conditions des mesures (éclairage, fatigue, etc.).

De façon générale, je constatais une diminution de la longueur d'onde avec le temps de pose.

Spectrographe à réseau. — J'ai recommencé ces mesures sur des clichés pris avec un grand réseau concave de ROWLAND (rayon de courbure 6 m, 40, diamètre 143 mm, nombre de traits au millimètre 796).

Le montage du réseau employé, analogue à celui de WADSWORTH, est stigmatique : la fente est placée au foyer d'un collimateur de 400 cm de longueur focale, la lumière

parallèle ainsi produite tombe sur le réseau, qui est orienté de telle façon que la raie NdA dans le spectre du second ordre soit renvoyée dans la direction de l'axe principal.

Dans ces conditions, la dispersion est de $1,6 \text{ \AA/mm}$. La partie moyenne de la fente est éclairée uniformément par une lampe dont le régime est maintenu constant. La lumière d'un arc au fer sert à l'étalonnage en longueurs d'onde.

Un cliché de mesure est obtenu en deux temps :

1° Deux petites cuves de même épaisseur sont placées l'une au-dessus de l'autre devant la partie uniformément éclairée de la fente ; l'une des deux contient de l'eau, l'autre la solution étudiée ; on obtient ainsi deux spectres dont la comparaison photométrique permet la mesure de l'absorption due au chlorure de néodyme.

2° On obtient l'étalonnage photométrique en remplaçant les deux cuves par une

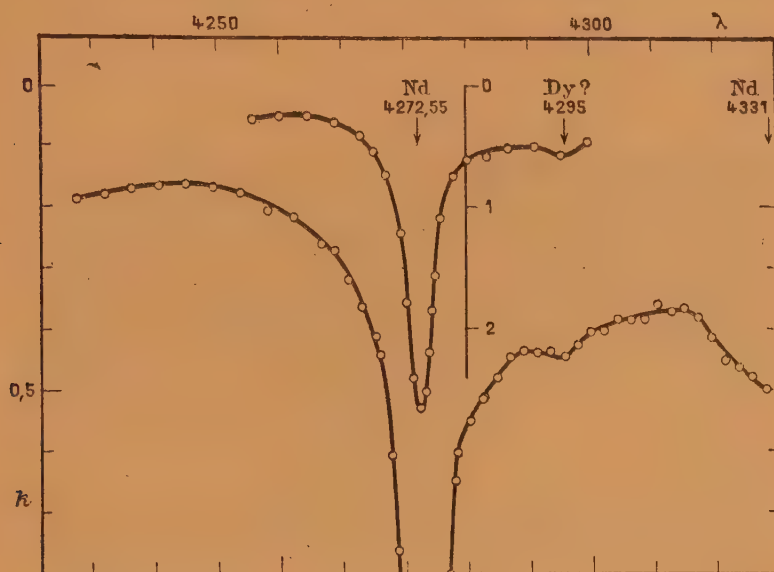


Fig. 5. — Variation du facteur d'absorption k avec la longueur d'onde.

échelle de densités (10 échelons de densités comprises entre 0 et 2,5); cette échelle a été mesurée dans des conditions voisines des conditions d'utilisation ; ce cliché est dépouillé à l'aide d'un microphotomètre enregistreur (Moll) par des opérations élémentaires et classiques.

On obtient ainsi directement la variation du facteur de transmission $\mathfrak{T} = \frac{I_0}{I}$ en fonction de la longueur d'onde. Il est facile de calculer le facteur d'extinction k .

Soit en effet :

d l'épaisseur de la solution,

c la concentration en atomes de Nd par litre de solution ;

on écrira :

$$I = I_0 e^{-kcd}.$$

La raie est parfaitement caractérisée par la variation du facteur d'extinction k avec la longueur d'onde.

La figure 5 représente la variation de k avec λ (Tableau 1). J'ai déterminé la concentration c des solutions par le dosage du néodyme à l'état d'oxalate (vérification par le dosage en retour de l'acide oxalique). L'épaisseur d a été mesurée directement.

Pour obtenir une bonne détermination de k , j'ai dû mesurer deux séries de clichés : la première, obtenue avec une cuve très épaisse, permet la détermination des petites valeurs de k loin du maximum d'absorption ; la seconde, obtenue avec une cuve très mince, permet la détermination de k près du maximum d'absorption. La valeur de k au centre de la raie n'est pas très certaine, à cause de la lumière parasite (ghosts, etc.).

Résultats. — Comme le montrent les figures 5 et 6, la structure de la bande est compliquée.

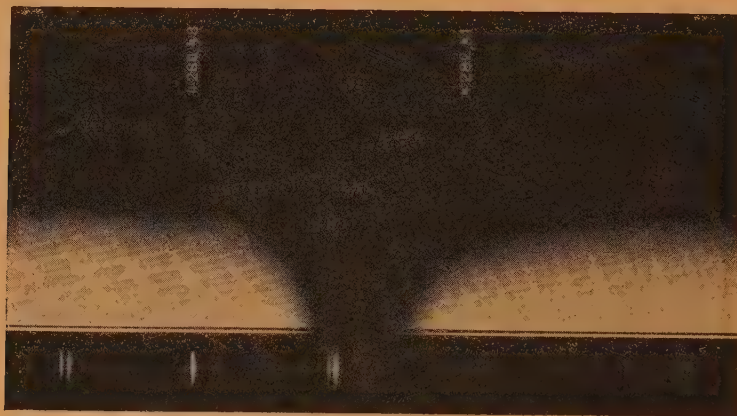


FIG. 6. — Aspect de la bande NdA avec une grande dispersion. Remarquer la dissymétrie.

1° Un maximum d'absorption relativement étroit existe vers 4 273 Å. L'absorption centrale très prononcée est mesurée par le facteur

$$k_m = 2,5,$$

d exprimé en cm, c en atomes de Nd par litre de solution.

2° La largeur efficace de la bande est de 5,5 Å. Cette grandeur est la distance des points pour lesquels

$$k = 1/2 k_m = 1,25.$$

3° La bande se fait sentir encore très loin de son maximum. En fait tout se passe comme si une absorption indépendante de la longueur d'onde et caractérisée par le facteur $k = 0,175$ s'ajoutait au maximum d'absorption.

TABLEAU I

Valeur de k pour la solution n° 5 contenant 2,66 g de $NdCl^3$ par litre

CUVE A PETITE ÉPAISSEUR

$d = 1,0$ cm

CUVE A GRANDE ÉPAISSEUR

$d = 8,5$ cm

λ	k	λ	k	λ	k
4 245,76	0,263	4 217,76	0,185	4 274,47	1,915
50,09	245	22,09	180	77	674
54,42	245	26,41	170	75,08	445
58,75	298	30,74	165	44	266
63,08	403	30,07	162	75	1,078
65,25	544	39,40	167	76,07	0,944
67,41	736	43,73	178	20	917
69,57	1,227	48,06	207	87	799
70,52	1,789	52,39	217	77,87	649
71,74	2,404	56,72	262	78,37	603
72,55	647	58,86	272	80,53	552
73,27	527	61,05	322	82,48	515
73,90	2,195	63,21	365	82,70	512
74,40	1,859	65,38	412	84,86	481
75,92	582	66,07	444	87,03	447
76,07	105	67,54	583	89,19	439
78,23	754	67,82	608	91,36	441
80,40	613	68,58	763	93,52	441
82,56	596	69,06	902	95,69	446
86,89	526	49	1,073	97,85	428
91,22	508	71	1,165	4 300,02	407
95,55	578	84	1,397	02,18	405
99,88	473	70,06	1,649	04,35	386
		36	1,905	06,51	386
				08,68	386
				10,84	362
				13,01	372
				15,17	367
				17,34	393
				19,50	415
				21,67	454
				23,83	465
				26,00	480
				28,16	499

Les valeurs de k déterminées à l'aide de la petite cuve sont systématiquement plus fortes de 0,050 dans la partie des ailes. Cette différence provient des erreurs de mesures.

Cette « absorption générale » est très gênante, car elle impose une forte augmentation des temps de pose (de l'ordre de 80 %).

4° Le contour de la bande est dissymétrique. Le lieu des milieux des cordes est une courbe assez nettement inclinée vers les grandes longueurs d'onde.

Cette dissymétrie s'explique peut-être par le fait que la raie est accompagnée du côté des grandes longueurs d'onde de plusieurs raies peu prononcées :

a) une raie vers 4 331 Å provient du néodyme ;

b) une raie plus faible vers 4 295 Å est probablement due au dysprosium, qui existe à l'état de traces dans la plupart des échantillons ;

c) une raie est à peine marquée vers 4 281 Å (dysprosium ?).

Loi de Beer. — Cette solution ne suit pas la loi de BEER: en effet lorsqu'on augmente la concentration du néodyme, toute la bande subit un déplacement vers les grandes longueurs d'onde (fig. 7, Tableau 2). Ce déplacement n'est pas très grand (0,6 Å lorsque la concentration varie de 0 à 2,5 atomes Nd par litre), de sorte qu'il a échappé aux observateurs.

TABLEAU 2

Longueurs d'onde du centre de la raie NdA Variation avec la concentration $t = 15^{\circ}\text{C}$				
SOLUTION	MASSE SPÉCIFIQUE	CONCENTRATION Nd / litre	COMP. EN MASSE NdCl ³ PAR 100 g	λ_m
N° 0	1,611	2,484	39,5	4 273,14
1	1,438	1,770	31,6	3,03
2	1,227	0,886	18,5	2,80
3	1,114	0,440	10,1	2,74
4	1,061	0,213	5,15	2,70
5	1,030	0,107	2,66	2,61

TABLEAU 3

Variation avec la température	
SOLUTION N° 2	
t	λ_m
13°,5	4 272,82
20	2,77
45,5	2,68
69,5	2,63
92	2,56

Température. — La raie se déplace légèrement vers les petites longueurs d'onde lorsque la température de la solution augmente (fig. 7, Tableau 3). Ce déplacement est très petit (0,0031 Å par degré centigrade pour la solution n° 2) ; il n'est guère nuisible.

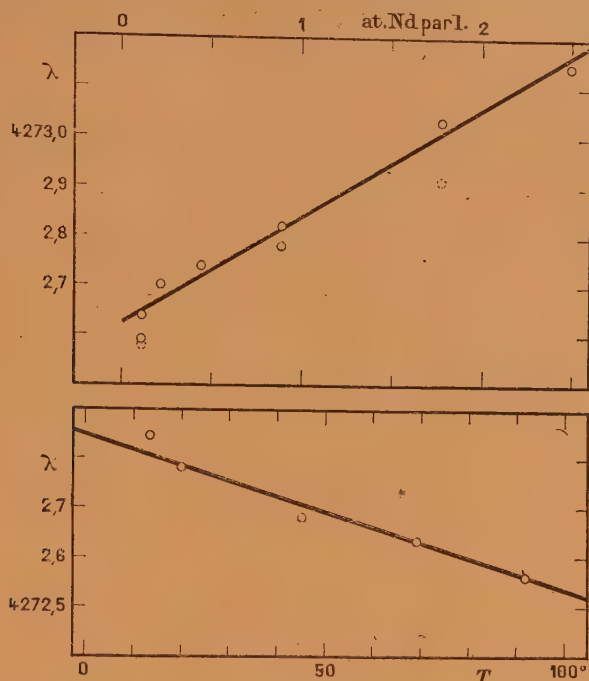


FIG. 7. — Variation de la longueur d'onde λ_m du maximum d'absorption avec la concentration.
Variation de la longueur d'onde λ_m du maximum d'absorption avec la température.

Valeur de cette bande comme étalon de longueur d'onde. — Malgré la variation de la longueur d'onde du maximum d'absorption avec la concentration et la température, cette bande pourrait servir d'étalon pour la détermination relative des vitesses radiales avec un prisme objectif, la longueur d'onde de l'étalon étant rigoureusement la même pour tous les spectres d'un même cliché.

Mais la grande largeur et surtout la dissymétrie rendent cette bande absolument impropre à l'étalonnage des clichés. Nous allons en effet montrer que le centre apparent de la bande sur une photographie dépend essentiellement de l'épaisseur de la cuve, de la durée de la pose et de la pureté du spectre.

Variation du contour de la raie avec l'épaisseur de la solution. — Plaçons-nous dans le cas d'une concentration définie et augmentons de plus en plus l'épaisseur de la cuve.

Pour les très petites épaisseurs, seule l'absorption provoquée par le centre de la bande sera appréciable : la bande sera assez fine ; si nous augmentons l'épaisseur, les ailes auront un effet de plus en plus marqué : la bande augmentera de largeur, mais l'aile située vers les grandes longueurs d'onde étant plus absorbante, nous constaterons un déplacement apparent de la bande vers les grandes longueurs d'onde.

Soit I_0 la quantité de lumière transmise en dehors de la bande, I_m la quantité de lumière transmise au centre de la bande.

Nous nommerons λ_1 et λ_2 les deux longueurs d'onde pour lesquelles la quantité de lumière transmise sera

$$\frac{I_0 + I_m}{2}.$$

Nous définissons la largeur de la bande comme la longueur de la corde $\lambda_1 \lambda_2$, soit :

$$L = \lambda_2 - \lambda_1$$

et la dissymétrie comme la distance du milieu de cette corde au sommet de la raie, soit :

$$D = \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{2} - \lambda_m.$$

La figure 8 montre les variations de L et D avec l'épaisseur équivalente.

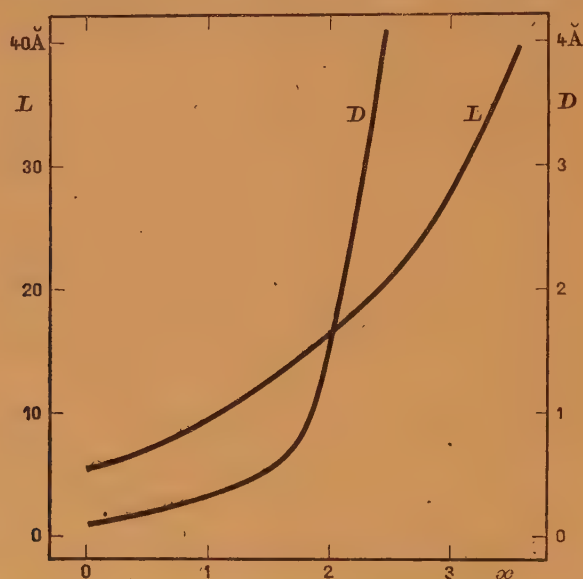


FIG. 8. — Variation de la largeur et de la dissymétrie avec l'épaisseur équivalente $x = c.d.$

Cette figure est valable quel que soit c . Elle montre que la largeur apparente augmente depuis la valeur efficace 5,5 Å jusqu'à des valeurs supérieures à 40 Å.

La dissymétrie peut atteindre des valeurs de 4 Å pour des solutions très absorbantes.

Malheureusement l'observation photographique nécessite une bande très profonde, donc une solution très absorbante et par conséquent la bande sera large et dissymétrique.

Reproduction de la raie par la plaque photographique. — Il nous reste à étudier quel est l'aspect de la bande NdA sur un cliché photographique.

L'expérience montre :

1° que la largeur apparente de la raie diminue considérablement lorsque la pose du spectre augmente (voir figure 4) ;

2° que la dissymétrie n'est guère visible que sur des clichés peu posés.

Ces deux faits s'expliquent facilement par la loi d'action photographique. Lorsque la pose est très petite, tout le centre de la raie est dans le domaine de sous-exposition et seules les ailes noirciront la plaque : la raie sera très large, l'aile des courtes longueurs d'onde moins absorbante impressionnera la plaque plus près du centre de la bande : le centre apparent sera déplacé vers les grandes longueurs d'onde. Lorsque au contraire la pose est très grande, l'éclairement provenant des ailes sera dans la région de surexposition et donnera un fort noircissement : les ailes ne seront plus marquées ; la plaque sera impressionnée jusqu'au centre de la bande, qui paraîtra fine, et son centre sera confondu avec le centre véritable.

Toutes les largeurs et dissymétries intermédiaires seront observées pour les poses intermédiaires.

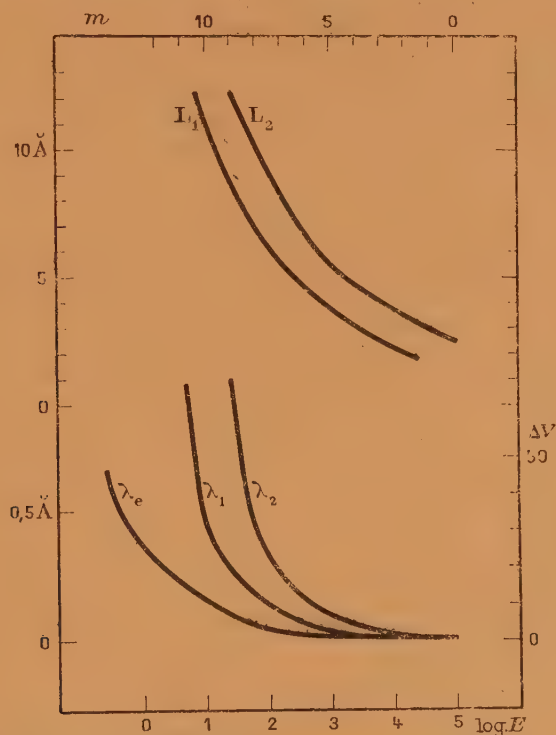


Fig. 9. — Variation de la largeur et du centre apparent sur un cliché avec la pose

Largeur photographique. — L'effet photographique sera mesuré :

1° soit par la transparence T du cliché

$$T = \frac{E}{E_0},$$

E , intensité lumineuse transmise par le cliché lorsqu'il est éclairé par l'intensité E_0 ;

2° soit par la densité d

$$d = \log \frac{E_0}{E} = \text{col } T.$$

La largeur de la raie sera la longueur de la corde correspondant à

$$\frac{T_0 + T_m}{2} \quad \text{ou à} \quad \frac{d_0 + d_m}{2}.$$

La figure 9 montre que cette largeur varie dans de grandes limites et n'a pas une signification simple. Pour les longues poses la largeur apparente est très inférieure à la largeur photométrique et explique la valeur 2 Å indiquée par divers auteurs.

Centre photographique de la raie. — Plusieurs définitions sont possibles : 1° C'est l'intersection λ_e du lieu des milieux des cordes avec le fond apparent de la raie. La figure 9 montre que λ_e est confondu avec le milieu réel λ_m lorsque la pose est suffisante. C'est grâce à cet artifice (Tableau 4) que nous avons pu déterminer les longueurs d'onde publiées.

TABLEAU 4

Exemple de détermination de λ_m		
Solution n° 3		
$t = 7^{\circ},3$		
TRANSPARENCE T DU CLICHÉ	λ_m	
—	—	
0,1	4 274,57 Å	En représentant λ_m en fonction de T on trouve, après une bonne extrapolation, pour $T = 1,0$: $\lambda_m = 4 272,77 \text{ Å}$
2	72,93	
3	90	
4	88	
5	87	
6	845	
7	83	
8	82	
9	79	
1,0	à déterminer	

2° C'est le milieu d'une certaine corde, par exemple de la corde correspondant à

$$\frac{T_0 + T_m}{2} \quad \text{ou à} \quad \frac{d_0 + d_m}{2}.$$

La figure 9 montre la variation de ces deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 en fonction de l'éclairement. On constate, là aussi, que pour des clichés très posés (surexposés à vrai dire) les centres apparents se rapprochent de λ_m , mais les erreurs à craindre sont très considérables.

De cette figure on peut déduire qu'une erreur systématique de — 15 km/sec est à craindre lorsque m augmente de 1 magnitude.

Cet effet explique les difficultés que j'ai rencontrées au début de mon étude.

Pureté du spectre. — La dissymétrie de la raie NdA explique aussi son changement apparent de longueur d'onde en fonction de la position du spectre sur la plaque.

Jusqu'à présent nous avons supposé que la répartition de la lumière dans la raie reproduite par le spectrographe était bien la répartition théorique

$$I(\lambda) = I_0 e^{-k(\lambda)x}.$$

En réalité le spectrographe fait correspondre à chaque radiation monochromatique λ_0 une raie ayant une certaine largeur.

Nous nommons $P(\lambda - \lambda_0)$ l'intensité, à la distance $(\lambda - \lambda_0)$ du centre de la raie, de la lumière provenant de la raie λ_0 .

A l'emplacement théorique de la radiation λ_0 nous recevons la lumière de toutes les radiations voisines et l'intensité totale est mesurée par l'intégrale

$$F(\lambda_0) = \int_0^\infty I(\lambda) P(\lambda - \lambda_0) d\lambda.$$

Ce contour apparent diffère du contour réel.

Si $P(\lambda - \lambda_0)$ et $I(\lambda)$ sont des fonctions symétriques, les minima de $F(\lambda_0)$ et $I(\lambda_0)$ ont lieu pour la même longueur d'onde λ_m . Si par contre la fonction $I(\lambda_0)$ est dissymétrique, les deux minima ne sont plus confondus.

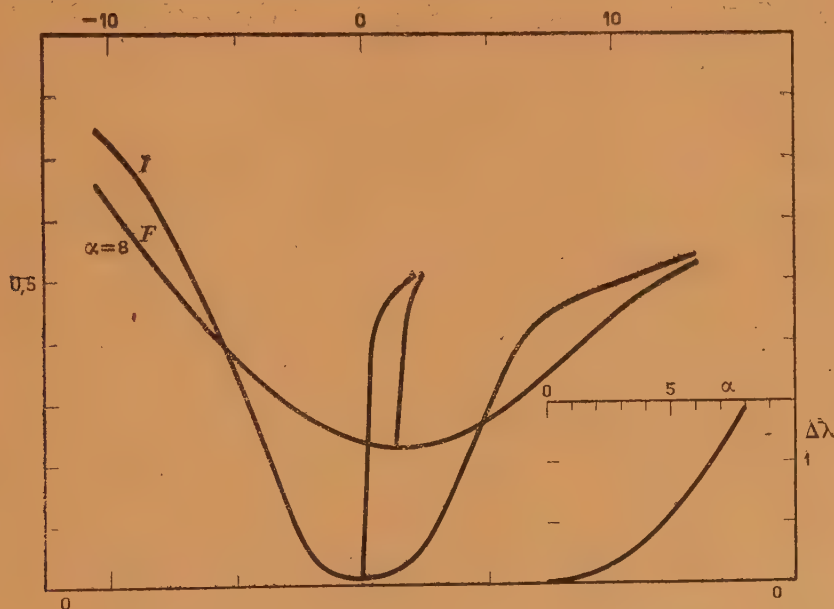


FIG. 10. — Contour pur et contour réel avec un spectrographe, de la raie NdA. Déplacement apparent de la raie avec la largeur des raies spectrales du spectrographe.

La figure 10 montre les courbes $F(\lambda_0)$ et $I(\lambda_0)$ dans le cas simple où

$P(\lambda - \lambda_0)$ est égal à $\frac{1}{2\alpha}$ dans l'intervalle $-\alpha, +\alpha$
et à 0 en dehors de cette intervalle.

Le même graphique montre le déplacement du maximum d'absorption en fonction de α . Ce déplacement est une première approximation, proportionnelle à α^2 . Il devient notable lorsque 2α s'approche de la largeur efficace de la raie.

Dans les spectrogrammes obtenus avec le réseau de Rowland, la correction était parfaitement nulle ; mais le cas se présente tout autrement pour un prisme objectif. Par exemple le prisme objectif de METCALF employé par BOK et CUSKEY correspond à une dispersion de 90 Å/mm. Une raie bien définie a normalement une largeur de 50 Å au centre du champ. Sa largeur est donc de 4,5 Å. Comme le montre la figure 10, la longueur d'onde de NdA est déjà nettement faussée au centre du champ. De plus les images sont toujours moins bien définies sur le bord du champ (défauts extra-axiaux) ; la longueur d'onde du maximum d'absorption sera donc plus fortement changée. Cette correction pourra être particulièrement importante pour un objectif entaché de coma, la correction sera alors différente de part et d'autre du centre du champ.

Le manque de pureté du spectre explique donc ce changement apparent de λ_m en fonction de la position du spectre. L'inconstance de ces variations s'explique par la variation de la pureté avec l'agitation atmosphérique, les variations de mise au point, les défauts de guidage, etc.

Conclusion. — La bande 4 273 Å du chlorure de néodyme ne remplit aucune des conditions imposées à un étalon de longueur d'onde.

En effet :

1° La variation de la longueur d'onde du maximum d'absorption avec la concentration et la température limite son emploi aux mesures relatives (fait peu gênant dans le problème que nous étudions).

2° Sa grande largeur rend les mesures imprécises.

3° Sa dissymétrie fait varier la longueur d'onde du centre apparent avec la pose, la pureté et même les conditions de mesure.

La longueur d'onde du centre apparent ne se confond avec celle du maximum d'absorption que pour les spectres purs et très posés. Hélas, le prisme objectif donne des spectres relativement impurs et l'astronome ne peut pas se permettre de surexposer des spectres stellaires.

Notre étude de la bande NdA montre qu'elle ne peut pas servir à la détermination des vitesses radiales. Nous expliquons ainsi les échecs de divers auteurs (SCHWARZSCHILD, BOK et CUSKEY). Nous devons le regretter, car la méthode préconisée semblait joindre l'élégance à la simplicité.

Manuscrit reçu le 19 septembre 1947.

BIBLIOGRAPHIE

Une bibliographie complète jusqu'en 1931 est contenue dans le travail de MILLMAN [9].

- [1] K. SCHWARZSCHILD, *P. Ap. O. Pots*, vol. **23**, n° 69 (1913), p. 1.
- [2] DESLANDRES, *Obs.*, vol. **19** (1896), p. 49. *A. Nachr.*, **139** (1896), p. 241.
- [3] M. HAMY, *C. R.*, vol. **158** (1914), p. 81.
- [4] M. HAMY, *C. R.*, vol. **157** (1913), p. 666.
- [5] E. C. PICKERING, *Harv. An.*, **26** (1891), p. xx.
- [6] K. SCHWARZSCHILD, *A. Nachr.*, **194** (1913), p. 241.
- [7] GRAHAM, *J. R. A. S. Can.*, **12** (1918), p. 129.
- [8] WILSON, *Pop. A.*, **31** (1923), p. 93.
- [9] MILLMAN, *J. R. A. S. Can.*, **25** (1931), p. 293. *Harv. Reprint*, n° 69. *Harv. Cir.*, 357, p. 193.
- [10] BOK and CUSKEY, *An. Harv. O.*, vol. **105**, n° 16, p. 327.
- [11] B. CHERRY, *An. Harv. O.*, vol. **105**, n° 16, p. 305.

II. La Méthode des longueurs des spectres.

La Méthode de retournement.

Le Prisme à champ normal.

SOMMAIRE. — La méthode des longueurs des spectres n'a aucune valeur. Nous exposons la méthode de retournement. Cette méthode échoue à cause de la distorsion de champ du prisme objectif ordinaire.

Nous recherchons un prisme dépourvu de distorsion de champ. Ce prisme objectif à champ normal est formé d'un prisme en flint d'angle $2A$, auquel on accole deux prismes de crown baryum d'angle A et opposés. Les verres ont même indice pour une raie voisine de H . Pour cette raie, l'ensemble se comporte comme une lame à faces parallèles. C'est un prisme à vision directe sans distorsion de champ.

Nous étudions une technique de mesures des vitesses radiales par la méthode de retournement à l'aide de ce prisme.

LA MÉTHODE DES LONGUEURS DES SPECTRES

Le principe de cette méthode a été indiqué par ORBINSKY [1]. Comme le déplacement

$$\Delta x = L(\lambda) \cdot v$$

dû à l'effet Doppler Fizeau dépend beaucoup de la longueur d'onde, la longueur du spectre dépend de la vitesse radiale de l'étoile. Nommons λ_1 la raie de plus petite longueur d'onde mesurée, λ_2 la raie de plus grande longueur d'onde, la variation de longueur est donnée par :

$$\Delta l = \Delta x_1 - \Delta x_2 = (L(\lambda_1) - L(\lambda_2))v$$

et en remplaçant $L(\lambda)$ par sa valeur, par

$$\Delta l = 2(f_1 - f_2) \operatorname{tg} I \cdot F \cdot v.$$

Pour que le déplacement soit aussi grand que possible, λ_1 et λ_2 doivent être aussi différents que possible. Il faut donc choisir deux raies aussi éloignées que possible. On ne peut néanmoins pas sortir des limites de sensibilité des plaques ordinaires (pratiquement entre K et H_β , soit entre 3 930 Å et 4 861 Å). Or les valeurs de f pour ces deux extrêmes sont :

		f_1	f_2	$f_1 - f_2$	$\frac{f_1 - f_2}{f_1}$
		—	—	—	—
Crown	B 2 158	$2,09 \cdot 10^{-7}$	1,32	0,77	0,37
Flint	C O 438	4,14	2,41	1,73	0,42

On voit qu'on réduit ainsi l'effet à mesurer à moins de moitié (40 %). Cette circonstance est très grave, car l'effet est faible. D'autre part la variation de dispersion dans le champ du cliché est ici très nuisible. C'est en effet la variation de longueur de tout le spectre qui simule une vitesse radiale (dans la méthode d'absorption cette correction ne s'applique qu'à la distance de deux raies très voisines et elle est beaucoup plus petite). En fait, une vitesse radiale de 1 km/sec fait varier la longueur du spectre de 1/100 000 environ. Les variations dues aux propriétés du prisme atteignent souvent 1/100.

On voit l'importance considérable de ces termes correctifs, leur détermination correcte est donc très délicate, sinon impossible (réglage parfait, connaissance exacte de i , etc.).

Deux autres circonstances rendent ces mesures difficiles : 1° la mesure d'une longueur assez grande, celle de tout le spectre, est une opération délicate. La machine à mesurer doit être excellente et les mesures sont longues (orientation, etc.). Les variations accidentelles (séchage du cliché, température, etc.) sont très nuisibles.

2° Les deux extrémités d'un spectre sont rarement parfaitement au point en même temps, la longueur du spectre est mal définie.

Pour toutes ces raisons, la détermination des vitesses radiales par la mesure de la longueur des spectres n'est pas possible. D'ailleurs aucun résultat n'a été publié.

LA MÉTHODE DE RETOURNEMENT

Cette méthode a été étudiée en détail par SCHWARZSCHILD [2], qui a publié quelques bonnes mesures de vitesses radiales obtenues par ce moyen,

Malheureusement elle est très laborieuse, comme notre exposé le montrera, et sans intérêt pratique.

A. THÉORIE ÉLÉMENTAIRE. — Prenons une première pose du champ stellaire avec le prisme objectif bien réglé. Tournons ensuite le prisme de 180° et réajustons l'ensemble de telle façon qu'à côté de chaque spectre se photographie un deuxième spectre renversé de la même étoile.

Nous nommons λ_0 la longueur d'onde de la raie qui se trouve au même endroit de la plaque pour les deux spectres de l'étoile centrale. Nous supposons que le prisme objectif est dans les deux cas au minimum de déviation pour la raie λ_0 de l'étoile centrale. Soit λ la longueur d'onde d'une autre raie qui donne une image dans chaque spectre, la distance de ces images varie avec la vitesse radiale de l'étoile.

La distance δ entre la raie normale λ_0 et la raie de longueur d'onde λ dans le premier spectre a été calculée précédemment [3]. On obtient la distance correspondante δ' du deuxième spectre en remplaçant i par $-i$:

$$(2) \quad \begin{aligned} \delta &= \delta_0 (1 - Pi) + Pi^2 + Q\theta^2 \\ \delta' &= \delta_0 (1 + Pi) + Pi^2 + Q\theta^2 \\ \delta + \delta' &= 2\delta_0 + 2(Pi^2 + Q\theta^2) \end{aligned}$$

Si l'étoile est animée d'une vitesse radiale v , δ subit l'accroissement :

$$\Delta\delta = L(\lambda) \cdot v,$$

F étant pris pour unité de longueur.

De sorte que

$$\delta + \delta' = 2(\delta_0 + Pi^2 + Q\theta^2 + L(\lambda)v)$$

pour une étoile dont la vitesse radiale est v .

Lorsqu'on passe de l'étoile centrale de vitesse radiale nulle à une étoile non centrale de vitesse radiale v , la distance $\delta + \delta'$ subit deux accroissements :

1° la distorsion de champ $2(Pi^2 + Q\theta^2)$,

2° l'effet Doppler-Fizeau, $2L(\lambda) \cdot v$.

Le premier terme est très important, il peut atteindre plusieurs centaines de fois la valeur du second. L'importance de cette correction montre que notre approximation n'est pas suffisante. SCHWARZSCHILD a poussé le calcul plus loin. Indiquons rapidement les résultats sans les établir : il définit d'abord un nouveau système de coordonnées de la façon suivante :

1) Chaque étoile est repérée par le milieu de la droite qui joint les deux raies normales.

2) Le système de coordonnées OXY a pour origine l'étoile centrale et pour direction la trace du plan de section principale et sa normale.

En première approximation

$$X = i + Pi^2 + Q\theta^2,$$

$$Y = \theta,$$

la distance focale étant prise pour unité ; dans ces conditions la formule (1) page 3 est remplacée par la suivante :

$$(2 \text{ bis}) \quad \delta + \delta' = 2(\delta_0 \cdot f + g + L(\lambda) \cdot v),$$

où

$$f = s - UN^2 - VY^2,$$

$$g = (PX^2 + QY^2) (1 - SX^2 - TY^2).$$

U, V, S, T , comme P et Q , sont des fonctions bien définies des constantes optiques du prisme objectif.

Il est facile de corriger les mesures avec cette formule plus rigoureuse et d'obtenir des vitesses radiales correctes. Mais ce raisonnement suppose que tous les réglages suivants sont parfaits :

- 1) le prisme est au minimum de déviation pour la radiation normale ;
- 2) le rayon normal réfracté de l'étoile centrale est contenu dans le plan de section principale et sort parallèlement à l'axe optique ;
- 3) la plaque est perpendiculaire à l'axe optique ;

4) le retournement se fait par pointage de l'instrument dans sa seconde position ; la plaque est retournée de 180° autour du foyer.

Il est essentiel d'examiner la répercussion des erreurs de réglage sur la formule (2 bis).

SCHWARZSCHILD montre qu'il faut ajouter à la formule précédente un terme correctif, qui se présente sous la forme :

$$A + BX + CY + DX^2 + EY^2 + FXY.$$

Cet auteur montre que les coefficients des trois derniers termes, qu'il nomme

$$\Delta g = DX^2 + EY^2 + FXY,$$

peuvent s'exprimer en fonction des erreurs de réglage du prisme objectif seul. Il définit ces erreurs au nombre de 6 et indique comment on peut les déterminer une fois pour toutes (si le réglage du prisme objectif est constant). Les trois coefficients A , B et C ne peuvent être déterminés que sur le cliché de mesure lui-même.

L'auteur a mis en pratique deux méthodes différentes pour déterminer le terme

$$A + BX + CY :$$

a) la connaissance de trois vitesses radiales permet de calculer cette correction pour trois points de la plaque et par conséquent permet de trouver A , B , C ;

b) l'interposition d'une solution de NdCl_3 imprime sur tous les spectres des raies terrestres de longueur d'onde connue ($v = 0$) et permet un calcul de A , B , C .

La première méthode a donné de bons résultats ; la seconde, par contre, a complètement échoué. SCHWARZSCHILD signale les difficultés qu'il a rencontrées. Notre étude de NdCl_3 explique facilement l'échec de SCHWARZSCHILD.

Pour nous rendre compte de l'importance des diverses corrections, nous indiquons dans le tableau suivant la valeur des divers termes correctifs dans l'étude de SCHWARZSCHILD.

La somme de tous les termes correctifs (cliché 1937, p. 20)

$$\alpha = A + BX + CY + g + \Delta g$$

varie entre 4,843 mm pour le centre (ceci représente A) et 0,547 mm pour l'étoile 17 ($X = -48,68$ $Y = -54,86$ mm). Cette correction se décompose de la façon suivante (la deuxième colonne indique les vitesses radiales correspondantes) :

$A = 4,843$	
$g = -3,970$	6200 km/sec
$\Delta g = -0,012$	20 km/sec
$BX + CY = -8,314$	500 km/sec

Cette indication suffit pour montrer combien ce problème est délicat et il faut admirer SCHWARZSCHILD qui a su tirer de ses clichés des mesures de vitesses radiales correctes.

Dans un autre essai, SCHWARZSCHILD compare deux clichés de retournement pris à des dates différentes pour mettre en évidence des étoiles à vitesses variables. Bien que les corrections soient moins importantes, elles sont encore longues à déterminer ;

cependant il suffit de trouver sur le cliché trois étoiles à vitesse radiale constante.

Plusieurs variantes de ce procédé ont été indiquées, mais elles ne changent pas la nature du problème et ne suppriment pas les corrections de distorsion du prisme.

STEWART [4] propose d'associer deux prismes objectifs de telle façon que les spectres se forment sur une seule et même plaque. Les prismes sont orientés de sorte que les spectres soient renversés l'un par rapport à l'autre. La plaque ne peut plus être normale aux axes des deux objectifs et cet appareil ne peut pas avoir un grand champ. Les corrections subsistent, mais elles doivent être pratiquement constantes d'un cliché à l'autre. La méthode n'a pas été essayée.

COMSTOCK [5] fait une proposition intéressante : il remplace le prisme ordinaire par un prisme composé, à vision directe. Ceci lui permet de mettre devant le même objectif deux prismes opposés. La méthode est parfaitement correcte. Les corrections de distorsion subsistent, bien que réduites, comme le signale SCHLESINGER [6]. L'auteur n'a pas vu la solution particulière que nous avons trouvée.

Conclusion : Sous la forme décrite précédemment, la méthode de retournement n'est pas utilisable.

SCHWARZSCHILD a effectivement obtenu des résultats par ce procédé, mais de son propre aveu la prise et la mesure nécessitent trop de soins et trop de travail pour que la méthode ait un intérêt pratique quelconque.

Toutes les difficultés proviennent du fait que le champ d'un prisme n'est pas normal. Accessoirement le retournement précis est rendu difficile, parce qu'un prisme ordinaire dévie la lumière.

Si on pouvait trouver une combinaison de prismes sans distorsion, on résoudrait certainement le problème de la détermination des vitesses radiales au prisme objectif : *la méthode de retournement*, qui ne nécessiterait plus aucune correction de champ, *deviendrait très aisée*. La réalisation de la vision directe est désirable pour une telle combinaison, mais ce n'est qu'une condition accessoire.

On peut donc se poser le problème suivant : une combinaison de prismes telle que celle de COMSTOCK peut-elle être dépourvue de distorsion de champ ? Formulons cette condition par des relations quantitatives avec les notations déjà employées pour le prisme ordinaire, D étant la déviation :

$$\frac{\partial D}{\partial i} = 0, \quad \frac{\partial^2 D}{\partial i^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 D}{\partial \theta^2} = 0.$$

LE PRISME À CHAMP NORMAL

A. RECHERCHE D'UN PRISME À CHAMP NORMAL.

La distorsion de champ pour un prisme ordinaire d'angle $2A$ au minimum de déviation est donnée par la formule

$$\varepsilon = Pi^2 + Q\theta^2, \quad \text{avec} \quad P = \frac{Q}{\cos^2 A}, \quad Q = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \operatorname{tg} I.$$

En opposant deux prismes de verre différents, il est possible de compenser la distorsion dans le plan de section principale ou dans le plan perpendiculaire.

L'une ou l'autre de ces conditions entraîne une relation entre les angles $2A_1$ et $2A_2$ des prismes et les indices n_1 et n_2 . Ces relations sont données par

$$P_1 = P_2, \quad \text{compensation du terme en } i;$$

$$Q_1 = Q_2, \quad \text{compensation du terme en } \theta.$$

Nous remarquons que les deux compensations ne sont pas possibles en même temps, mais lorsque l'une est réalisée l'autre n'est pas loin de l'être. Naturellement, les dispersions se retranchent aussi et, pour qu'une telle combinaison présente une dispersion résiduelle, les verres doivent être choisis spécialement.

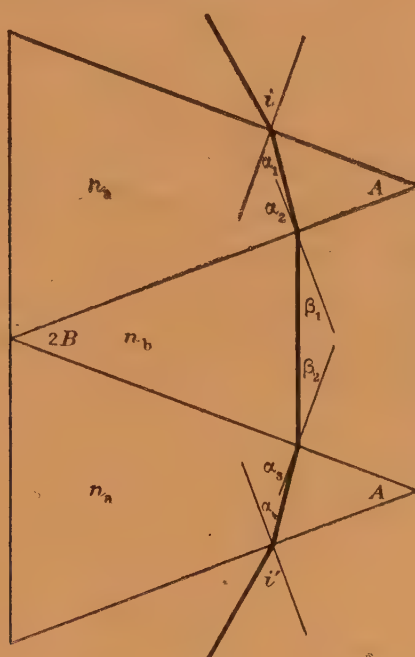


FIG. 1.

Une combinaison de prismes au minimum de déviation ne nous paraît pas pratique ; aussi rechercherons-nous une solution meilleure en nous imposant une combinaison de prismes collés. La combinaison choisie est représentée par la figure 1. Elle est symétrique et constituée par un prisme d'angle $2B$, auquel on a accolé sur chaque face des prismes égaux d'angle A opposés au précédent.

Nous calculerons la relation qui doit exister entre A , B et les indices des deux verres pour que la distorsion dans le plan de section principale (i) ou dans le plan perpendiculaire (θ) soit nulle.

Nous confronterons les deux relations, pour rechercher la possibilité d'annuler les deux distorsions.

Étude d'une combinaison symétrique de trois prismes collés. — Il n'est pas possible de reproduire les calculs qui permettent de trouver les conditions pour que la distorsion en i ou en θ soit nulle.

Nous exposerons la marche des calculs, qui est identique à celle que nous avons suivie dans l'étude du prisme seul.

Avec les notations de la figure 1, les équations du prisme s'écrivent :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin i = n_a \sin \alpha_1 \\ \alpha_2 = \alpha_1 - A \\ n_a \sin \alpha_2 = n_b \sin \beta_1 \\ \beta_2 = \beta_1 - 2B \\ n_b \sin \beta_2 = n_a \sin \alpha_3 \\ \alpha_4 = \alpha_3 - A \\ n_a \sin \alpha_4 = \sin i' \\ D' = -i + i' + 2(A + B) \end{array} \right.$$

1° Le prisme composé est au minimum de déviation lorsque la marche des rayons à travers le prisme est symétrique. Soit I l'incidence correspondante.

2° Donnons à I l'accroissement i . Supposons que le rayon ne chemine plus dans le plan de section principale, mais qu'il fasse avec ce plan un angle θ . On sait qu'on peut considérer que le rayon chemine toujours dans le plan de section principale, mais que les indices des deux verres subissent les accroissements

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \theta^2.$$

Nous devons calculer l'accroissement δ que subit la déviation D dans ces conditions.

On fait le calcul en remplaçant dans (3) i par sa valeur $I + i$, n_a par $n_a + \Delta n_a$, n'_b par $n_b + \Delta n_b$ et en développant en série de Taylor.

Tous calculs faits on trouve ainsi :

$$(4) \quad \delta = \left\{ \left(1 - \frac{\text{tg}^2 \alpha_1}{\text{tg}^2 I} \right) \text{tg} I + \frac{\text{tg} \alpha_1 \text{tg} \alpha_2}{\text{tg} I} \left(1 - \frac{\text{tg}^2 \beta_1}{\text{tg}^2 \alpha_2} \right) \right\} i^2 \\ + \left\{ \left(1 - \frac{1}{n_a^2} \right) \text{tg} I + \frac{\text{tg} \alpha_2 \text{tg} I}{\text{tg} \alpha_1} \left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2} \right) \right\} \theta^2.$$

Remarquons que lorsque les angles sont petits les coefficients de i^2 et θ^2 on la même valeur :

$$\left(1 - \frac{1}{n_a^2} \right) \text{tg} I + n_a \text{tg} \alpha_2 \left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2} \right).$$

Cette circonstance est heureuse : lorsque la distorsion dans le plan de section princi-

pale est annulée, celle dans la direction perpendiculaire l'est presque aussi. Néanmoins, à priori, il ne semble pas possible de supprimer les deux termes à la fois.

Nous envisageons deux types de solutions :

A. Solution générale. — Pour deux verres donnés (n_a, n_b) il est possible de calculer l'angle de l'un des prismes en fonction de l'autre pour que l'une des deux distorsions, celle en i ou celle en θ , soit nulle. L'autre distorsion est alors d'autant plus voisine de zéro que l'angle des prismes est plus petit.

Exemple :

Condition imposée : Distorsion en θ nulle.

$$\left[\left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2} \right) \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} + \left(\frac{1}{n_a^2} - 1 \right) \right] \operatorname{tg} I = 0,$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{n_a^2 - 1}{n_a^2 - n_b^2} n_b^2,$$

avec les équations supplémentaires :

$$n_a \sin \alpha_2 = n_b \sin B,$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 - A,$$

$$\sin i = n_a \sin \alpha_2 ;$$

ceci permet un calcul facile de A en fonction de B .

Dans le cas où B est petit, les deux termes de la distorsion (i et θ) sont nuls lorsque

$$\frac{A}{B} = - \frac{n_a}{n_b} \frac{1 - n_b^2}{1 - n_a^2}.$$

Cette condition est identique à celle qui découle de $P_A = P_B$ et $Q_A = Q_B$ dans le cas des prismes de petit angle. Cette solution ne présente pas un intérêt spécial.

B. Solution particulière. — Les coefficients de i^2 et de θ^2 dans l'expression (4) se présentent comme la somme de deux termes, qu'il est possible d'annuler par un choix judicieux des verres et des angles des prismes.

Il est facile de voir que les deux conditions.

$$(5) \quad \begin{cases} n_a = n_b \\ \operatorname{tg} I = 0 \end{cases}$$

annulent les coefficients de i^2 et de θ^2 de l'expression (4). La signification physique des conditions (13) est immédiate : en effet la condition

$$\operatorname{tg} I = 0$$

entraîne à cause des conditions du minimum de déviation :

$$A = -B.$$

L'ensemble de nos trois prismes est pour la raie λ_0 une lame à faces parallèles d'indice $n_a = n_b$. Il est évident qu'une telle combinaison est rigoureusement exempte de distorsion : la vision directe est réalisée pour toutes les incidences. La déviation est nulle quels que soient i et θ .

Cette solution, évidente à priori, a une signification physique. En effet, le prisme composé représenté par la figure 2 peut avoir une dispersion résiduelle importante si les verres sont choisis spécialement.

Les seules combinaisons de verre utilisables sont celles de flint (verre A) et de crown baryum (verre B). Pour un tel ensemble la dispersion résiduelle est voisine de celle d'un crown léger ayant le même angle que le flint.

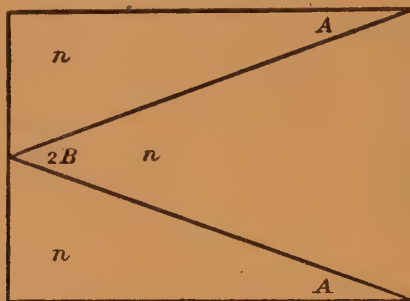


FIG. 2.

Dans la suite, nous nommerons notre prisme composé « prisme à champ normal » : en effet, c'est l'absence de distorsion qui est la caractéristique essentielle de ce prisme à vision directe.

Nous ne nous attarderons pas ici à signaler tout l'intérêt de cette solution. La suite de notre travail est consacrée à l'étude des propriétés et des applications de ce prisme.

B. PROPRIÉTÉS DU PRISME A CHAMP NORMAL.

Calcul de la dispersion. — Nous nous proposerons de calculer la dispersion en fonction de l'incidence.

Soit n la valeur commune des indices des deux verres pour λ_0 .

Soient i et θ les angles définis précédemment (i , incidence dans le plan de section principale ; θ , incidence par rapport au plan de section principale).

Pour la radiation λ voisine de λ_0 les deux verres ont les indices :

$$n_a = n(1 + a),$$

$$n_b = n(1 + b).$$

Nous considérons i et θ comme des infiniment petits du 1^{er} ordre, a et b comme des infiniment petits du 2^e ordre.

Le théorème de CORNU définit les indices obliques N_a et N_b , qui sont donnés à des termes d'ordre 4 près par :

$$N_a = n(1 + a') \quad \text{avec} \quad a' = a + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \theta^2,$$

$$N_b = n(1 + b') \quad b' = b + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \theta^2.$$

Il s'agit de calculer la déviation que subit le rayon de longueur d'onde λ et d'incidences i et θ .

Pour cela nous reprenons le système (3) page 7 et nous développons tout le système en série de Taylor donnant à l'incidence $I = 0$ l'accroissement i et aux indices $n_a = n$ et $n_b = n$ les accroissements n_a et n_b .

On trouve ainsi tous calculs faits :

$$(6) \quad \delta = \delta_0(1 + Mi^2 + N\theta^2),$$

où

$$(7) \quad \delta_0 = 2(a - b) \operatorname{tg} A \left\{ 1 - (a - b) \frac{\operatorname{tg}^2 A}{2} \right\}$$

est la dispersion au centre de la plaque ; en première approximation

$$(7 \text{ bis}) \quad \delta_0 = 2(a - b) \operatorname{tg} A ;$$

$$M = \frac{1 + n^2 + 2 \operatorname{tg}^2 A}{2n^2} \quad \text{et} \quad N = \frac{1 + n^2}{2n^2}$$

sont des coefficients numériques voisins de 0,7 pour les verres usuels ; à la déviation δ_0 correspond la distance $D_0 = F\delta_0$ dans le plan focal. En première approximation :

$$(7 \text{ ter}) \quad D_0 = 2(a - b)F \operatorname{tg} A,$$

Déplacement dû à l'effet Doppler-Fizeau. — Une vitesse radiale v produit une variation des deux indices

$$\Delta n_a = \frac{\delta n_a}{\delta \lambda} \frac{\lambda}{c} v, \quad \Delta n_b = \frac{\delta n_b}{\delta \lambda} \frac{\lambda}{c} v.$$

La variation correspondante de la déviation est (formule 12 bis où $(a - b)$ est remplacé par $\frac{\Delta n_a - \Delta n_b}{n}$) :

$$\Delta \delta_0 = \frac{2}{n} \frac{\partial (n_a - n_b)}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{c} \operatorname{tg} A \cdot v,$$

que nous écrirons :

$$(8) \quad \Delta \delta_0 = 2f \operatorname{tg} A v \quad f = \frac{1}{n} \frac{\partial (a - b)}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{c}.$$

A ce déplacement angulaire correspond un déplacement linéaire que nous écrirons :

$$(9) \quad \Delta D_0 = F \Delta \delta_0$$

$$\left[\Delta D_0 = L(\lambda) v \right], \quad \text{où} \quad L(\lambda) = 2f \operatorname{tg} A \cdot F.$$

Discussion. — Le prisme à champ normal présente les avantages suivants sur le prisme ordinaire :

- 1° Le prisme est à vision directe ;
- 2° La distorsion est rigoureusement nulle ;
- 3° La dispersion varie beaucoup moins dans le champ de la plaque qu'avec un prisme ordinaire ;

Le rapport d'homothétie

$$(10) \quad \rho = 1 + Mi^2 + N\theta^2$$

entre la dispersion au point de coordonnées i , θ et le centre de la plaque prend la valeur 1,0002 à 1° du centre du champ au lieu de 1,0019 pour un prisme en flint C,0438, $2A = 12^\circ,5$.

La dispersion prend la même valeur pour $+i$ et $-i$. Dans la méthode de retournement, le spectre direct et le spectre renversé ont donc même échelle. Cette circonstance est, comme nous le verrons, très favorable.

Le prisme dissymétrique constitué par un prisme de crown baryum accolé à un prisme de flint de même angle est aussi un prisme à champ normal à vision directe. Il présente sur la combinaison précédente le désavantage que la dispersion varie fortement avec l'incidence i . Le calcul fait pour ce prisme donne en effet pour le facteur d'homothétie :

$$\rho = 1 + \frac{\operatorname{tg} A}{n} i + \dots$$

une valeur tout à fait comparable à celle du prisme ordinaire. ρ est une fonction impaire de i , qui diffère de 0,2 % de 1 pour $i = 1^\circ$, comme dans le cas du prisme ordinaire.

Néanmoins pour certaines applications ce prisme sera parfaitement utilisable.

Les combinaisons de verres flint-crown baryum. — Une combinaison de verres sera caractérisée :

- 1° par la longueur d'onde λ_0 pour laquelle les deux verres ont même indice ;
- 2° par la dispersion résiduelle, que nous mesurerons par la différence des dispersions partielles entre 405 m μ et G' pour les deux verres ;
- 3° par l'indice n commun aux deux verres pour la longueur d'onde λ_0 .

Le catalogue (1935) de la maison Parra-Mantois montre que les seules combinaisons intéressantes sont obtenues par association d'un flint moyen (F. L. ou F. D.) à un crown au baryum dense (B. C. D.)

J'ai fait une étude rapide de toutes les combinaisons possibles en représentant graphiquement les indices de ces verres en fonction de $1/\lambda^2$. Les baryums crowns sont représentés par des droites peu inclinées sur l'axe $1/\lambda^2$; les flints par des courbes à faible courbure et assez fortement inclinées. Chaque point d'intersection entre une droite (crown) et une courbe (flint) correspond à une combinaison possible. Le graphique nous donne directement $1/\lambda^2$ et n et nous calculons la différence de dispersion (405 m μ — G') flint-crown baryum.

En me limitant pour λ à l'intervalle $405 \text{ m}\mu$ — G' et pour n aux valeurs supérieures à 1,585 (pour obtenir une dispersion résiduelle suffisante), j'ai ainsi obtenu les caractéristiques de 74 combinaisons. Quelques-unes des solutions ont été obtenues avec des verres qui m'ont été proposés par la Maison Parra-Mantois et qui ne figurent pas dans le catalogue de 1935. Ces solutions se classent en trois catégories, d'après la nature du baryum crown utilisé.

1° Baryum crowns les plus denses — indiqués comme jaunes dans le catalogue (J) et sensibles aux acides faibles (t) :

Dispersion résiduelle de l'ordre de 320.10^{-5} ,

$$n \sim 1,63.$$

2° Baryum crowns moyens — sensibles aux taches (t), mais non colorés.

Dispersion résiduelle de l'ordre de 290.10^{-5} ,

$$n \sim 1,62.$$

3° Baryum crowns légers (B. C. D. les plus légers et B. C. L.) — non colorés — insensibles aux taches.

Dispersion résiduelle de l'ordre de 200.10^{-5} ,

$$n \sim 1,60.$$

La première catégorie est à rejeter, car pour un gain de dispersion très faible nous avons une perte de transparence notable par rapport à la deuxième catégorie.

La troisième catégorie correspond à une dispersion résiduelle faible et nécessite de très gros prismes, difficiles à réaliser.

La sensibilité aux taches de la deuxième catégorie n'est pas très gênante, car nous pouvons protéger le crown par le flint. La deuxième catégorie nous apparaît donc comme la plus intéressante.

Dispersion résiduelle. — La dispersion résiduelle est comparable à la dispersion d'un crown léger ou d'un fluorcrown. Elle est donc suffisante pour que des prismes objectifs soient réalisables.

Variation de la dispersion avec la longueur d'onde. — On peut se rendre compte de la variation de la dispersion en représentant l'indice de chaque verre par une fonction de $1/\lambda^2$. Les indices des deux verres, flint et baryum crown, obéissent à une loi quadratique :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}.$$

La différence des indices donne aussi :

$$(11) \quad n_a - n_b = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}.$$

Cette formule permet une étude complète de la dispersion. On montre ainsi facile-

ment que la dispersion $\frac{\partial(n_a - n_b)}{\partial \lambda}$ varie beaucoup plus rapidement avec la longueur d'onde que dans le cas d'un verre ordinaire crown ou flint moyen. La partie rouge du spectre est moins développée avec notre combinaison qu'avec un flint, ou surtout qu'avec un crown. Ceci ne nous gêne pas spécialement.

Il est facile de se rendre compte de ce fait directement.

Le rapport $r = \frac{\Delta n (G' - F)}{\Delta n (405 - G')}$ des variations d'indice entre G' , F et $405 \text{ m}\mu$, G' caractérise un verre ou notre combinaison, au point de vue de la variation de dispersion.

Les verres usuels sont caractérisés par les nombres suivants :

	r
Fluor crown	1,34
Crown	1,30
Flint léger	1,27
Flint moyen	1,25
Flint extradense	1,23

Nos combinaisons ont au contraire des r compris entre 1,23 et 1,14, avec une forte prédominance de la valeur 1,18. Le spectre est encore moins développé dans le rouge que pour les flints les plus denses.

Sensibilité à l'effet Doppler-Fizeau. — La sensibilité de la combinaison est caractérisée par la variation relative d'indice f pour une variation de la vitesse radiale de 1 km/sec (formule 6).

Nous nommons f_0 la valeur de f pour la longueur d'onde normale. Nous aurons besoin dans la suite de connaître la variation de f en fonction de $(n_a - n_b)$. Il se trouve que f est presque une fonction linéaire de $(n_a - n_b)$. Cette propriété entraîne la conséquence qui nous sera très précieuse que

$$(12) \quad f(n_a - n_b) - f(-(n_a - n_b)) \sim 2f_0.$$

Il est évidemment possible de démontrer cette propriété à l'aide de la formule (16); on trouve ainsi que pour la combinaison C1160-C0438 l'approximation précédente est exacte à 2 % dans l'intervalle 3 970-4 860 Å.

Variation des indices avec la température. — Dans un spectrographe ordinaire, la variation de la température des prismes produit un déplacement important des raies.

Pour un flint moyen (Critical Tables II, p. 105 pour le verre de SCHOTT 613 369), le coefficient de température

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 5,03 \cdot 10^{-6}$$

entraîne un déplacement de 0,22 Å par degré vers H_γ , ce qui correspond à une vitesse radiale de 32 km/sec.

Dans le cas du prisme à champ normal, la situation est plus favorable ; en effet les deux coefficients de température se retranchent : la déviation produite par une variation de température est :

$$\Delta D = \frac{2}{n} \left(\frac{\partial n_a}{\partial t} - \frac{\partial n_b}{\partial t} \right) \operatorname{tg} A \Delta t.$$

D'après les seules données que nous possédons, il semblerait que les variations soient très voisines pour les verres d'une combinaison. On peut espérer réduire la correction de température dans le rapport de 3 à 1.

C. LA MESURE DES VITESSES RADIALES AU PRISME OBJECTIF A CHAMP NORMAL.

MÉTHODE DE VISION DIRECTE. — Cette méthode est plus théorique que pratique, mais elle nous permettra de discuter les diverses causes d'erreur.

On juxtapose à côté du spectre une image directe qu'on obtient en enlevant le prisme devant l'objectif.

Nous supposons d'abord tous les réglages parfaits.

Soit D_0 la distance qui sépare au centre du champ la raie de l'image directe pour une étoile de vitesse radiale nulle :

$$(7 \text{ ter}) \quad D_0 = 2(a - b) F \operatorname{tg} A.$$

Si l'étoile est animée de la vitesse radiale v , D_0 subit l'accroissement

$$(9) \quad \Delta D = L(\lambda) \cdot v$$

avec

$$L(\lambda) = 2f F \operatorname{tg} A, \quad f = \frac{\partial(a-b)}{\partial \lambda} \frac{\lambda}{c}.$$

La variation ΔD_0 se mesure facilement et se convertit à l'aide de la formule précédente en vitesse radiale.

En réalité le problème est plus complexe, car ni les appareils ni les réglages ne sont parfaits, de sorte que la position relative de l'image directe et du spectre varie d'un cliché à l'autre. Il ne sera plus possible de déterminer que la différence de vitesse entre l'étoile centrale et une autre étoile, à l'aide de la même formule.

Nous allons étudier les diverses causes d'erreurs et montrer comment on peut les éliminer.

Influence des défauts de réalisation et de réglage. — Les divers défauts de réalisation, de réglage, de pointage et de guidage produisent de petits déplacements du spectre par rapport à l'image directe. Nous grouperons ces différentes imperfections en deux classes :

1° celles qui produisent le même effet pour tous les points de la plaque et qui s'éliminent complètement dans les mesures de différence de vitesse radiale ;

2° celles qui produisent des effets variables avec la position du spectre dans le champ et qu'il est plus difficile d'éliminer.

1^{er} groupe. — *Causes d'erreurs indépendantes de la position de l'étoile sur le cliché.*

1° Il n'est pas possible de rendre les angles des prismes en flint égaux à la moitié du prisme en crown baryum.

Nommons $2A$ l'angle du prisme en crown baryum et

$$A_1 = A + \varepsilon_1,$$

$$A_2 = A + \varepsilon_2;$$

les angles des deux prismes en flint, ε_1 et ε_2 sont des angles très petits (positifs ou négatifs).

Le prisme à champ normal ainsi réalisé se comporte comme un prisme à champ normal parfait auquel on aurait ajouté un prisme de même arête et ayant le petit angle $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Nous pouvons appliquer à ce prisme, recevant des rayons sous une petite incidence, les lois des petits prismes. Il produit donc une petite déviation supplémentaire indépendante de i (à la précision demandée) ;

$$dD = (n_a - 1) (\varepsilon_1 + \varepsilon_2).$$

Cette déviation change légèrement avec la longueur d'onde et le déplacement de la raie λ sera

$$e_\varepsilon = (n_a - 1) (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) F.$$

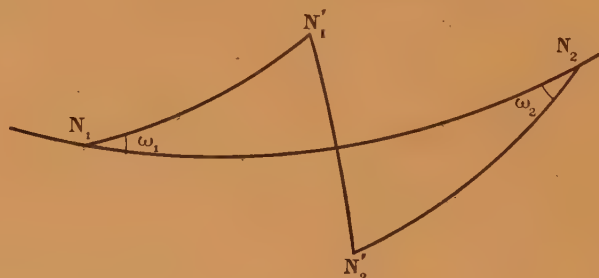


FIG. 3.

2° Il n'est pas possible de rendre parfaitement confondus les trois plans de section principale de trois prismes.

Représentons sur une sphère trigonométrique le plan de section principale Π du prisme en crown ; soient N_1 et N_2 les normales aux deux faces (fig. 3).

Le plan de section principale Π_1 du premier prisme en flint aura tourné d'un angle ω_1 très petit autour de N_1 , et de même pour Π_2 .

Les normales N'_1 et N'_2 des faces extérieures ne sont plus confondues au milieu O de N_1N_2 , mais font entre elles un petit angle :

$$N'_1N'_2 = (\omega_1 + \omega_2) \sin A.$$

Pour la première réfraction, tout se passe comme si on avait superposé au prisme

à champ normal parfait un prisme de petit angle d'arête perpendiculaire à l'arête du prisme à champ normal. De même pour la dernière réfraction.

Le prisme à champ normal ainsi réalisé se comporte comme un prisme parfait auquel on aurait superposé un prisme d'angle

$$(\omega_1 + \omega_2) \sin A.$$

La déviation produite dans le sens perpendiculaire à la dispersion est

$$(n_a - 1) (\omega_1 + \omega_2) \sin A.$$

Elle n'introduit aucune correction.

Cette déviation varie avec la longueur d'onde, elle sera toujours petite et ne sera aucunement nuisible.

3° *Défaut de pointage et flexion de la lunette.* — Le pointage dans les deux cas n'est pas fait rigoureusement au même endroit de la croisée des fils du micromètre. D'autre part la flexion change entre les deux photographies parce que l'enlèvement du prisme change complètement les conditions de la flexion ; et même si un contre-poids remplace le prisme, la position de la lunette n'est pas la même dans les deux cas, la pose n'étant pas faite au même moment : la flexion est donc différente. D'ailleurs la flexion varie pendant la pose et produit un élargissement des spectres et surtout des raies. Il sera essentiel de la réduire au minimum.

Nous nommons e_f la distance entre la raie R et l'image centrale provoquée par les défauts de pointage et la flexion de la lunette. Le terme e_f est une constante pour tout le champ, il s'y ajoutera naturellement à l'effet de flexion un petit effet de torsion, que nous discuterons avec l'autre groupe d'erreurs.

4° *Influence de la température.* Terme e_t . — La température normale étant t (n_a, n_b sont les indices des verres pour cette température), le faisceau subit une petite déviation supplémentaire ; à cette température correspond le déplacement

$$e_t = \frac{2}{n} \frac{\partial(n_a - n_b)}{\partial t} F \operatorname{tg} A (t - t_0).$$

Les deux premiers effets sont constants et s'éliminent bien dans les mesures de différences de vitesses radiales. Les deux derniers effets s'éliminent aussi, mais leur effet est variable d'une pose à l'autre et empêche des mesures absolues. D'autre part les déplacements de raies varient pendant la pose et élargissent les raies, il est donc essentiel de les diminuer au maximum pour obtenir de bons spectres.

Nous indiquerons plus loin les précautions prises.

En résumé la distance D entre la raie λ et l'image directe subit un accroissement

$$e = e_s + e_f + e_t$$

indépendant de la position de l'étoile et dépendant très peu de la longueur d'onde (par e_t).

2^e groupe. — Causes d'erreurs dépendant de la position de l'étoile sur le cliché.

Les coordonnées de l'étoile seront $x = F \operatorname{tg} i$ et $y = \operatorname{tg} \theta$, i et θ étant les angles définis par ailleurs.

Les causes d'erreurs de ce groupe se divisent nettement en deux catégories :

A. les causes provoquant une dilatation du spectre ;

B. les causes provoquant un déplacement complet de tout le spectre.

A. — *Dilatation du spectre.* 1^o la raie de longueur d'onde λ se trouve à la distance $D = 2(a - b)F \operatorname{tg} A$ au centre de la plaque ; mais au point de coordonnées x, y , cette distance subit une dilatation dans le rapport $\rho = 1 + Mi^2 + N\theta^2$, c'est-à-dire que la raie λ subit un déplacement supplémentaire :

$$e_{i\theta} = 2(a - b) F \operatorname{tg} A (Mi^2 + N\theta^2),$$

ou

$$e_{i\theta} = 2(a - b) F \operatorname{tg} A \left(\frac{M}{F^2} x^2 + \frac{N}{F^2} y^2 \right).$$

2^o Distorsion de l'objectif.

L'objectif n'étant pas exempt de distorsion, la distance D subit encore un accroissement

$$e'_{xy} = Dmr^2,$$

où r est la distance du spectre au foyer principal, m caractérise la distorsion.

Avec une précision suffisante on pourra écrire :

$$r^2 = x^2 + y^2.$$

de sorte que

$$e'_{xy} = Dm(x^2 + y^2).$$

Ces deux termes seront ajoutés :

$$e_{xy} = e_{i\theta} + e'_{xy}.$$

$$e_{xy} = D(Ax^2 + By^2),$$

avec

$$A = \frac{M}{F^2} + m, \quad B = \frac{N}{F^2} + m.$$

3^o Le séchage défectueux des plaques produit des variations d'échelle, différentes aux divers endroits de la plaque.

L'existence de ces défauts modifiera de façon arbitraire les corrections précédentes et en rendra la détermination impossible.

Dans notre prisme à champ normal les constantes ont les valeurs numériques :

$$M \sim N \sim 0,75 \quad \text{avec} \quad m \sim \frac{1}{F^2},$$

de sorte que l'expression $Ax^2 + By^2$ a la valeur $5 \cdot 10^{-4}$ à 1^o du centre du champ.

Il est possible de sécher une plaque de manière que l'échelle ne varie pas de plus

que 5.10^{-4} dans tout le domaine. Dans ces conditions, les corrections de dilatation seront inférieures à 1 millième de la distance mesurée.

Les corrections de dilatation seront négligées si les distances mesurées sont inférieures à 1 mm. Nous verrons comment on peut faire de très bonnes mesures de vitesses radiales en s'imposant cette condition.

B. Rotations de champ et effets analogues. — 1° Rotation de champ par défaut de mise en place de la monture équatoriale.

L'axe polaire de l'instrument n'est pas dirigé exactement vers le pôle P, mais vers un point P' très voisin (fig. 4). La position de ce point sera définie par la distance $PP' = p$ (toujours positive) et l'angle horaire de P' = H_0 .

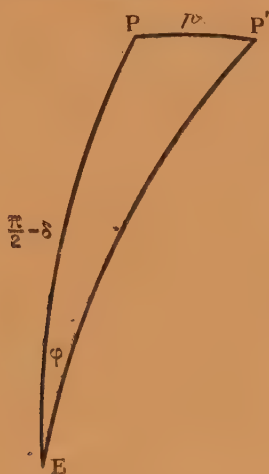


FIG. 4.

Le guidage revient à garder l'image de l'étoile centrale fixe sur la plaque, par conséquent une droite définie de la plaque (ce sera l'axe Ex) sera toujours dirigée vers P'. Les étoiles par contre ont des positions invariables par rapport à un système d'axes lié à PE.

L'angle $PEP' = \varphi$ qui est variable permet de passer d'un système de coordonnées à l'autre.

Soient EP l'axe des X et EY la perpendiculaire dans le sens du mouvement diurne, alors

$$x = X - Y\varphi,$$

$$y = Y - X\varphi,$$

car φ est petit.

Si, comme nous l'avons supposé, l'axe du prisme est dirigé vers Ey, seul le déplacement suivant l'axe des x est gênant. Le terme correctif est donc

$$e'_p = Y\varphi.$$

Le triangle PP'E permet de calculer φ en fonction de p avec une approximation suffisante :

$$\varphi = p \frac{\sin (H - H_0)}{\cos \delta}.$$

La période de variation de φ est donc le jour sidéral.

Il est possible d'évaluer l'importance de cette correction :

p sera de l'ordre de 1',

$Y = 4$ cm à 1° du centre du champ ($F = 230$ cm) ;

alors

$$e'_p = \varphi y = \frac{11,6}{\cos \delta} \sin (H - H_0) \text{ microns.}$$

Cette correction est loin d'être négligeable. Seule d'ailleurs sa variation pendant la pose est gênante. $\sin (H - H_0)$ peut varier au maximum de 0,52 pendant une pose de 2 heures, de sorte que la correction peut atteindre à 1° du champ la valeur :

$$e'_p = 8\mu \quad \text{pour} \quad \delta = 45^\circ.$$

2^e Torsion de la monture.

Par suite de la variation de l'angle de la lunette, le prisme objectif et la lunette subissent un petit déplacement relatif, qu'on peut décomposer en deux termes :

1° une flexion dont nous avons tenu compte précédemment ;

2° une petite rotation de la plaque photographique autour de l'étoile centrale.

Ce terme s'ajoute au défaut de mise en place. Son existence rend le calcul des corrections de champ impossible.

La torsion, qui peut être importante si on ne prend pas des précautions spéciales, rend les images mauvaises.

3^e Variation de la réfraction différentielle. Terme e_r .

L'image directe et le spectre ne sont pas photographiés au même moment, il en résulte que la position relative de l'étoile guide et de l'étoile étudiée aura varié par suite de la variation de la réfraction différentielle entre les deux prises de vue.

Le déplacement correspondant e_r n'est pas négligeable.

Le calcul complet de cet effet est facile. Nous ne pouvons pas exposer ici le calcul de la réfraction différentielle, qui est traitée dans les cours classiques d'astronomie (voir par ex. ANDOYER, *Cours d'Astronomie*, p. 171).

Nous nous plaçons dans le cas où l'arête du prisme est dirigée vers le pôle : l'élargissement des spectres s'obtient alors par un léger dérèglement du mouvement horaire de l'instrument.

Dans ces conditions les différences de déclinaison et d'angle horaire entre l'étoile centrale et l'étoile guide sont

$$\Delta \delta = \theta, \quad \Delta H = \frac{i}{\cos \delta}.$$

La différence de réfraction entre l'étoile centrale et l'étoile e est alors :

$$di = ai + s\theta,$$

$$d\theta = ci + d\theta,$$

où a, b, c, d sont des fonctions de δ, φ et H .

Seule la variation en fonction du temps du terme $d\theta$ est nuisible.

Les tableaux 1 et 2 donnent les valeurs de a, b, c et d , pour $H = 0$ et $H = 2$ en fonction de δ ; on a supposé $\varphi = 45^\circ$.

TABLEAU 1

TABLEAU 2

$H = 2$ heures					$H = 0$				
	a	b	c	d		a	b	c	d
0°	— 1,33	0,66	0,66	— 2,33	0°	— 1	0	0	— 2
30°	— 0,943	— 0,09	0,36	— 1,12	30°	— 0,845	0	0	— 1,07
45°	— 1,05	— 0,32	0,39	— 1,01	45°	— 1	0	0	— 1,00
60°	— 1,46	— 0,70	0,58	— 1,04	60°	— 1,46	0	0	— 1,07
75°	— 2,98	— 1,66	1,32	— 1,24	75°	— 3,16	0	0	— 1,33
90°				— 1,75	90°		0		— 2

Valeurs de a, b, c, d, i et θ étant exprimées en degrés, $d\theta$ et di en secondes d'arc ; $\varphi = 45^\circ$.

On voit que sauf près du pôle où la difficulté est normale, on peut craindre une variation maximum de $d\theta$ de l'ordre de $1''$ pour 2 heures de pose. Ainsi pour $\delta = 30^\circ$ $d\theta$ varie de

$$\Delta(d\theta) = 0,38 i - 0,05 \theta$$

lorsqu'on passe du méridien à l'angle horaire de 2 heures.

$\Delta(d\theta)$ vaut $0,43''$ pour $i = 1^\circ$, $\theta = -1^\circ$.

Pour notre prisme objectif, le déplacement correspondant est de l'ordre de 5μ . Ce déplacement n'est pas négligeable, mais s'élimine facilement comme nous allons le montrer.

Élimination des corrections de champ. — Les corrections, dues au défaut de mise en place, de la torsion et de la réfraction différentielle, s'élimineraient complètement si on pouvait poser le spectre et l'image directe en même temps. Ceci n'est évidemment pas possible, mais on peut s'affranchir pratiquement de cette erreur en intercalant les poses de spectres et les poses de l'image directe. Avec une courte pose il suffira déjà d'encadrer le spectre par deux images directes prises avant et après la pose du spectre. Nous précisons cette importante question lorsque nous exposerons la méthode de mesure effectivement employée.

Nous n'avons pas essayé la méthode directe pour les raisons suivantes :

1) Toutes les mesures sont basées sur le pointé de l'image directe, qui a un aspect très différent des raies stellaires.

2) Les distances mesurées sont relativement grandes et peu nombreuses.

3) L'enlèvement du prisme est une opération délicate, qui risque de dérégler complètement l'appareil.

Le seul avantage, la diminution du temps de pose de moitié, entraîne une précision seulement moitié et n'est donc pas intéressant.

MÉTHODE DE RETOURNEMENT. — Cette méthode présente les grands avantages suivants :

- 1) l'effet à mesurer est doublé ;
- 2) les dépouillements sont particulièrement simples ;
- 3) *les corrections sont absolument négligeables* si on prend quelques précautions très faciles à réaliser.

Exposé de la méthode. — Nous juxtaposons au spectre direct (1), un spectre renversé (2) pris après qu'on a tourné le prisme de 180° autour de sa normale (fig. 5).

Nous prenons les précautions suivantes :

A. Nous nous assurons par des expériences préliminaires, que nous décrivons dans la partie expérimentale :

1) que les variations de flexion et de température n'introduisent que de très petits déplacements des spectres (de 10 à 20 μ) ;

2) que les variations de torsion et les défauts de monture n'entraînent que de très petits déplacements des spectres du bord du champ (de l'ordre de 10 μ).

Dans ces conditions, les images sont bonnes et les erreurs de champ sont limitées, grâce à la précaution suivante :

B. Les deux spectres (1) et (2) ne sont pas pris successivement, mais alternativement. L'expérience a montré qu'il suffisait de retourner le prisme toutes les 20 minutes. Pour que les milieux des poses des deux spectres soient confondus, on pose le premier spectre 10 minutes au début et 10 minutes à la fin. Par exemple pour des poses de 40 minutes on se conformera au schéma suivant :

Spectre 1	10 minutes
Spectre 2	20 minutes
Spectre 1	20 minutes
Spectre 2	20 minutes
Spectre 1	10 minutes

Dans ces conditions les déplacements des spectres (1) et (2) sont suffisamment égaux pour que la distance des raies normales soit constante dans tout le champ.

Soit A une raie du spectre (1), B une raie très voisine sur le cliché dans le spectre (2) (fig. 5).

Lorsqu'on passe du spectre central à un spectre i , la distance AB varie pour deux causes :

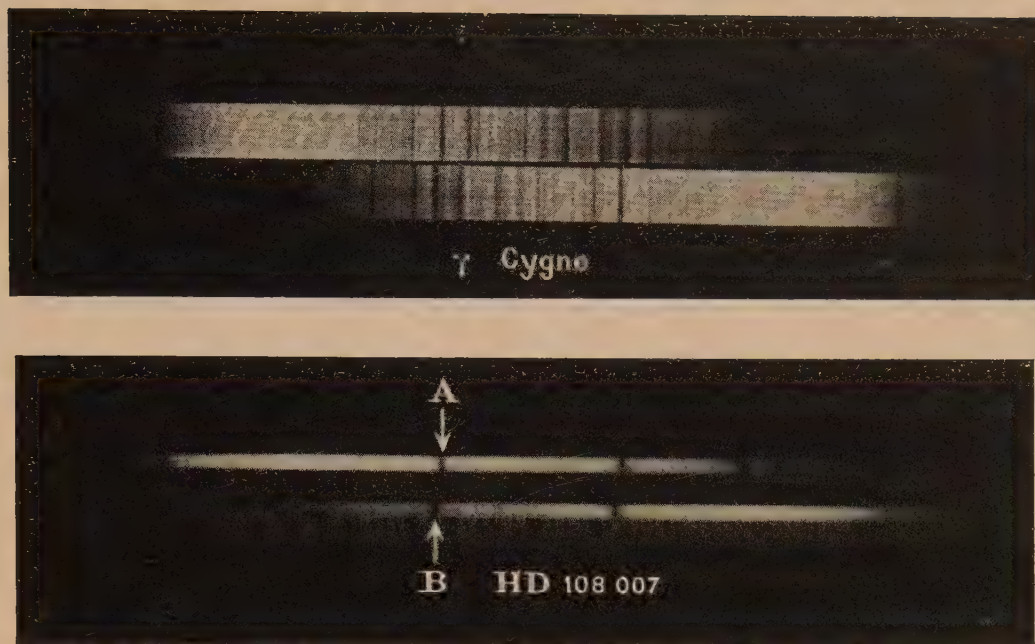


FIG. 5. — Spectre et spectre retourné.

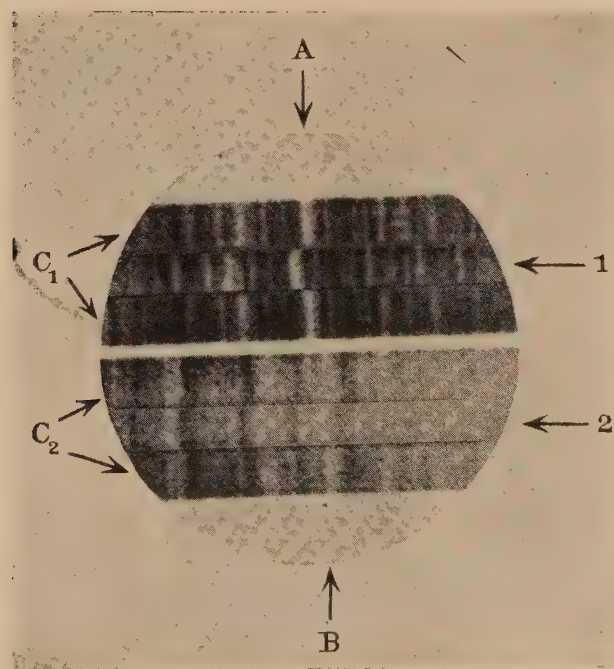


FIG. 6. — Aspect du champ dans le spectrocomparateur.

1) AB est augmenté de l'effet Doppler-Fizeau :

$$AB = AB_0 + v \{ L(\lambda_A) + L(\lambda_B) \};$$

en effet A subit le déplacement $vL(\lambda_A)$,

» B » » » $vL(\lambda_B)$,

où v est la différence de vitesse radiale entre l'étoile i et l'étoile centrale.

2) la distance AB_i est dilatée dans le rapport $\rho = 1 + \varphi(x, y)$, $\varphi(x, y)$ traduisant l'effet de distorsion du prisme, de l'objectif et des défauts de séchage.

$$AB_i = [AB_0 + \{L(A) + L(B)\}] (1 + \varphi(x, y)).$$

Toutes les autres causes de déplacement sont éliminées par la prise correcte des spectres.

L'expression rigoureuse précédente se simplifie beaucoup ; en effet en gardant une précision suffisante dans le cas du prisme objectif réalisé, $\varphi(x, y)$ peut être négligé devant 1 et

$$L(A) + L(B) = 2F \operatorname{tg} A (f(A) + f(B)) \sim 2F \operatorname{tg} A \cdot 2f_0 ;$$

on a alors :

$$AB_i = AB_0 + 2Ff \operatorname{tg} A \cdot 2f.$$

$$v = \frac{AB_i - AB_0}{4Ff_0 \operatorname{tg} A}.$$

D'ailleurs la méthode de mesure adoptée à l'aide du spectrocomparateur tient compte de la variation d'échelle $(1 + \varphi(x, y'))$, de sorte qu'elle donne directement et rigoureusement :

$$v = \frac{AB_i - AB_0}{4Ff_0 \operatorname{tg} A} = K(AB_i - AB_0).$$

Mesure au spectrocomparateur. — Dans le champ du spectrocomparateur nous voyons en C_1 et C_2 le spectre étalon pris sur un cliché spécial, dans les découpures 1 et 2 nous pouvons intercaler les spectres (1) et (2) de l'étoile i que nous mesurons (fig. 6).

Nous faisons varier le grossissement de l'un des systèmes optiques pour que les spectres C_1 , C_2 et 1 et 2 aient rigoureusement même échelle dans le champ.

Ensuite, pour un déplacement de l'étalon, nous alignons exactement la raie A de (1) avec la raie A de C_1 ; en réalité cette opération se fait pour toute la région autour de A.

Nous repérons la position de l'étalon.

Nous effectuons ensuite l'alignement de B entre C_2 (2) et nous repérons encore la position de l'étalon.

Le déplacement entre les deux positions est égal à :

$$\frac{AB}{1 + \varphi(x, y)} - AB_0.$$

Cette quantité divisée par $4Ff_0 \operatorname{tg} A$ est la différence de vitesse radiale entre l'étoile i et l'étalon. Il suffit de graduer l'échelle qui sert à la mesure du déplacement de l'étalon en km/sec pour lire directement v et non pas x .

Naturellement, la mesure d'une étoile est la moyenne des déterminations faites en diverses régions spectrales. On obtient ainsi pour chaque étoile une vitesse radiale, v_i .

Pour les étoiles connues on établira des différences :

$$\Delta v = V - v_i$$

et on corrigera les v_i mesurées de la moyenne des Δv pour connaître les vitesses radiales de toutes les étoiles.

Manuscrit reçu le 17 septembre 1947.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ORBINSKY, *A. Nachr.*, **138** (1895), p. 9.
- [2] K. SCHWARZSCHILD, *P. Ap. O. Pots.* Vol. **23**, n° 69 (1913), p. 1.
- [3] Ch. FEHRENBACH, *Annales d'Astrophysique*.
- [4] STEWART, *Ap. J.*, **23** (1906), p. 396.
- [5] COMSTOCK, *Ap. J.*, **23** (1906), p. 148.
- [6] SCHLESINGER, *Pr. Amer. Phil. S.*, **52** (1913), p. 175.

III. — Résultats obtenus avec le prisme à champ normal.

SOMMAIRE. — *Description du prisme à champ normal réalisé.*

Nous avons fait une série de clichés dans Coma Berenices pour essayer notre méthode. Les résultats sont tout à fait concluants. La mesure des vitesses radiales d'étoiles plus brillantes que la 9^e grandeur est facile. La précision est voisine de 3 km/sec. Nous indiquons les résultats pour une dizaine d'étoiles, dont plusieurs variables. Nous déterminons l'orbite pour l'étoile HD 108 642, en très bon accord avec des mesures faites à Victoria. Nous trouvons la variabilité de la vitesse radiale de HD 107 325 et nous déterminons une orbite provisoire.

RÉALISATION DU PRISME A CHAMP NORMAL

Pour essayer la méthode décrite, nous avons décidé la construction d'un prisme à faces carrées de 16 cm de côté. En 1938, la réalisation d'un tel prisme paraissait très rapide. Malheureusement les événements ont retardé la livraison des verres jusqu'en 1943.

CHOIX DES VERRES ET DES CONSTANTES DE L'APPAREIL.

Longueur d'onde normale. C'est la longueur d'onde normale pour laquelle la vision directe est réalisée, qui limite le choix des verres à un petit nombre de combinaisons.

Le renversement doit se faire vers le milieu du spectre. Nous avons hésité entre les deux solutions suivantes :

1^o Renversement autour de H_γ . Dans ces conditions H_γ fournit une très bonne mesure. Le couple H_β , K donne deux mesures assez médiocres (à cause de la mise au point).

2^o Renversement autour du milieu entre H_γ et H_δ . Dans ces conditions le couple H_γ , H_δ donne deux bonnes mesures.

Nous avons choisi la deuxième solution, qui donne toujours deux bonnes mesures et pour laquelle la précision est un peu supérieure, car le facteur de sensibilité à l'effet Doppler-Fizeau f_0 correspond à une longueur d'onde plus courte.

Une combinaison permet de réaliser la superposition $H_\gamma H_\delta$; elle est constituée par les verres Flint C 0428 Baryum-crown C 1160 (Parra Mantois).

La dispersion résiduelle entre 405 m μ et G' est de 319.10^{-5} .

En se servant des indices du catalogue, on trouve pour la radiation normale la longueur d'onde $\lambda_0 = 4\,260\text{ \AA}$. Les indices de la fonte définitive sont assez différents, de sorte que la radiation normale est $\lambda_0 = 4\,140\text{ \AA}$. Le renversement se fait presque exactement autour du milieu de H_γ H_δ .

Constantes de l'appareil. — La précision des mesures et la magnitude limite dépendent essentiellement de la dispersion réalisée.

Précision des mesures de vitesses radiales :

La largeur des raies spectrales ne peut guère descendre en dessous de 30 à 40 μ :

1) Les aberrations résiduelles de l'optique et surtout la diffusion photographique sont des causes importantes de ce flou.

2) Les déplacements accidentels des spectres dus aux conditions d'observation doivent être très petits.

La monture doit être très bien construite et réglée. L'emploi d'un thermostat sera peut-être nécessaire pour éviter des déformations locales du prisme composé.

3) L'agitation atmosphérique entraîne un élargissement

$$e = F\varphi.$$

Si on exprime F en mètres, φ en secondes d'arc :

$$e \sim 5F\varphi \quad \text{microns.}$$

L'agitation commence à être nuisible lorsque $e > 10\mu$. Avec une distance focale de 2 m, on ne prendra pas de cliché si $\varphi > 1''$.

D'après les mesures que nous avons effectuées sur des clichés de toutes qualités, nous pensons que la précision de 1 μ sur le pointé d'une raie de 30 à 40 μ de largeur est une opération facile.

Erreur sur la vitesse radiale. — La vitesse radiale est donnée par la formule (1) :

$$v = \frac{AB_1 - AB_0}{4Ff_0 \operatorname{tg} A}.$$

Une erreur Δx sur $AB_1 - AB_0$ entraîne donc une erreur

$$\Delta v = \frac{\Delta x}{4Ff_0 \operatorname{tg} A}.$$

La grandeur géométrique $F \operatorname{tg} A$ de notre prisme objectif est imposée lorsque nous nous donnons Δv :

$$F \operatorname{tg} A = \frac{1}{4f_0} \frac{\Delta x}{\Delta v}.$$

Pour nos verres

$$f_0 = 1,32 \cdot 10^{-7}$$

et pour $\Delta x = 2\mu$, ce qui correspond à une précision de 1 μ par pointé, on obtient :

$\Delta v = 1,9 \text{ km/sec}$	$F \operatorname{tg} A = 200 \text{ cm}$
3,8	100
7,6	50
19,0	20

Nous avons décidé de choisir pour $F \operatorname{tg} A$ la valeur 75 cm, qui correspond à une précision d'environ 5 km/sec si les distances mesurées sont connues à 2 μ près. Il est probable que la précision sera meilleure, peut-être double. Des vitesses radiales connues avec cette précision ont une bonne valeur et des vitesses radiales connues à 5 ou 10 km/sec seraient encore utilisables pour des étoiles faibles.

Choix de la distance focale et de l'angle du prisme. — La longueur $F \operatorname{tg} A$ étant ainsi égale à 75 cm, il nous reste à déterminer séparément F et $\operatorname{tg} A$.

Certains facteurs militent en faveur d'une grande distance focale :

Le prisme sera plus mince et donc plus facile à réaliser.

L'objectif étant peu ouvert aura un champ angulaire plus grand. Les spectres chevaucheront moins.

Le fond du ciel voilera moins et on pourra augmenter la pose et donc atteindre, à dispersion égale, des étoiles plus faibles.

Au contraire l'agitation atmosphérique et les erreurs de guidage sont d'autant plus nuisibles que la longueur focale est plus grande.

Nous avons décidé de faire les essais avec un objectif aplanétique construit par Mr A. COUDER ouvert à $F/15$ de 225 cm de distance focale.

Ce choix impose $\operatorname{tg} A = 1/3$, $A = 18^{\circ},4$.

La distance des raies H_{γ} et H_{δ} est voisine de 3 mm.

Le prisme ainsi déterminé a été construit. Il reste possible de l'associer à un objectif Zeiss, qui est à notre disposition, et dont la distance focale est de 120 cm.

Magnitude limite. — D'après les résultats publiés (voir notamment Bok et Cuskey [1]), nous pensions atteindre la 8^e grandeur en 2 heures de pose. En fait nous verrons que les résultats sont bien plus avantageux (9,5 en 2 heures de pose).

LE PRISME OBJECTIF RÉALISÉ

Les indices pour la raie H_{γ} ont été mesurés sur les échantillons des mêmes fontes que les gros prismes. Les valeurs sont :

$n_1 = 1,601\,51$	Flint C 0438
$n_2 = 1,602\,21$	Crown baryum C 1160

Les deux prismes en crown baryum ont des angles $A = 18^{\circ},657$.

Le prisme de flint a un angle $2B = 2 \times 18^{\circ},679$.

Les prismes définitifs avaient des indices assez différents de ceux des échantillons pour que la vision directe soit réalisée avec ce prisme pour $\lambda_0 = 4\,218 \text{ \AA}$.

C'est la radiation que nous nommerons longueur « d'onde normale ». En réalité l'égalité d'indice est réalisée pour une radiation de plus petite longueur d'onde.

En effet le flint a un angle $2B$ plus grand que $2A$. La différence est

$$2(B - A) = 0^{\circ},044.$$

Le petit prisme ayant cet angle produit une déviation vers la base du flint de $0^{\circ},0275$. A cette déviation correspond la longueur d'onde $4\,134\text{ \AA}$, pour laquelle l'égalité d'indice des prismes est réalisée.

On peut se demander si le prisme supplémentaire de flint dont l'angle est $0^{\circ},044$ ou $2',6$ ne produit pas une distorsion appréciable. Il est aisé de calculer les coefficients de distorsion P et Q . On trouve $P = Q = 3,8 \cdot 10^{-4}$.

Le déplacement linéaire correspondant à Pi^2 ou $Q\theta^2$ est égal à $0,026\text{ }\mu$ pour i ou $\theta = 1^{\circ}$; il est donc absolument négligeable dans un champ de 8° de diamètre (erreur inférieure à $0,4\text{ }\mu$).

Cette remarque montre nettement que le choix des verres est plus facile qu'il ne semble a priori. Il suffit en effet de trouver un couple de verres pour lequel l'égalité d'indice est réalisée pour une longueur d'onde λ voisine de la raie choisie λ_0 et de produire la vision directe pour λ_0 par le choix des angles des prismes. Il suffit que la distance des deux longueurs d'onde λ , λ_0 ne soit pas trop grande : $|\lambda - \lambda_0| < 100\text{ \AA}$ par exemple.

Monture du prisme. — La figure 1 montre le plan du barillet du prisme à champ normal. Les quatre flasques F portent deux bossages rodés, qui s'appuient sur les côtés des prismes.

Le prisme collé au baume du Canada mou étant posé sur la plaque de base B , la flasque F_1 est mise en contact avec le prisme et serrée sur B .

La flasque F_2 est ensuite mise en contact à la fois avec le prisme et la flasque F_1 et serrée sur B . Ensuite F_3 et F_4 sont mis en place de la même façon. Enfin F_1 est desserrée et mise en contact avec F_2 , F_4 et B .

Une plaque P appuie sur la face avant du prisme, qu'elle serre contre la plaque de base B . Le serrage très léger est obtenu par des vis serrées à la main, sans emploi du tournevis. Le barillet est exécuté en duralumin. Tous les contacts verre-métal sont évités par l'interposition de papier. Le prisme est fixé par quatre vis en acier sur le dispositif qui permet sa rotation. Deux butées réglables permettent de rendre l'arête du prisme exactement parallèle au mouvement diurne dans les deux positions (partie violette du spectre vers le nord ou vers le sud).

Toute la partie avant du prisme objectif est fixée par six fortes vis sur un tube d'acier de 180 mm de diamètre intérieur et de 2 mm d'épaisseur.

Une forte plaque de duralumin est fixée sur l'autre extrémité du tube. Le porte-châssis peut être déplacé perpendiculairement à cette plaque, qui comporte trois tiges filetées. On peut ainsi faire une bonne mise au point (à $0,1\text{ mm}$ près), tout en rendant la plaque bien perpendiculaire à l'axe optique.

L'objectif est un aplanat à deux verres de 155 mm de diamètre et de 225 cm de distance focale construit par Mr A. COUDER (achromatisme photographique normal).

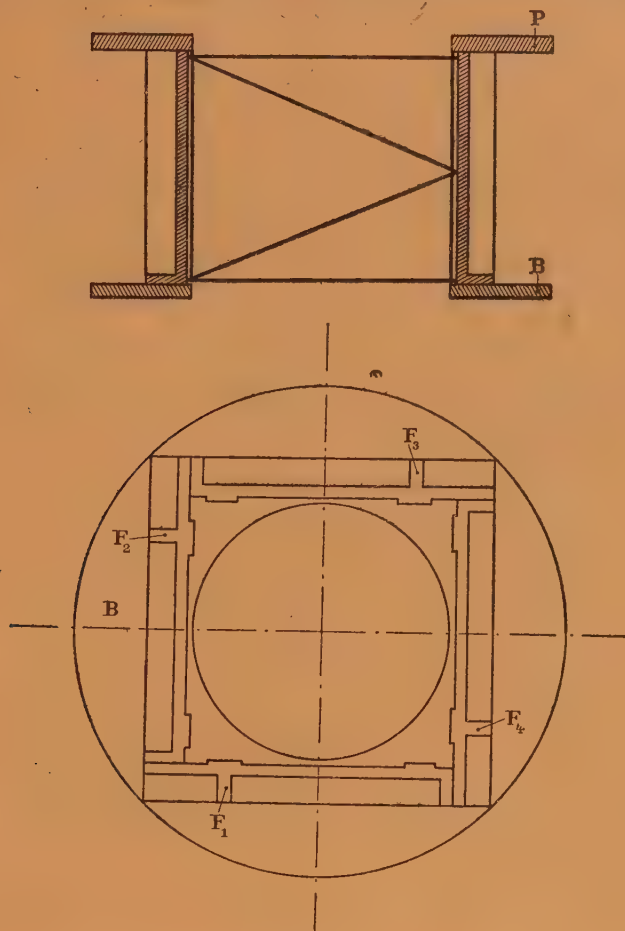


FIG. 1.

Examen du prisme. — Le prisme a été examiné au laboratoire avec son objectif. Une fente éclairée par une lampe à vapeur de sodium, placée au collimateur d'un objectif, est examinée visuellement avec notre prisme objectif. Les deux raies D du sodium, distantes d'environ 20μ , sont très bien séparées, l'espace noir mesurant environ 10μ . En dehors des raies, les franges de diffraction sont bien visibles, avec un très léger renforcement d'un côté. On peut dire qu'au laboratoire les images sont parfaites.

Toutefois il subsiste un astigmatisme, que des retouches locales auraient pu enlever. Ces retouches n'ont pas été jugées nécessaires. En effet un tel astigmatisme n'est pas gênant si les directions principales sont bien parallèle et perpendiculaire à l'arête du prisme. Cette condition a été obtenue par une retouche assez facile.

Valeur de l'astigmatisme du prisme. — La longueur d'astigmatisme est de 1 mm,7. La focale la plus éloignée du prisme est perpendiculaire à la direction du spectre. C'est

sur cette focale qu'il faut mettre au point. La hauteur du spectre aura dans ces conditions $\frac{1,6 \text{ mm}}{15} = 113 \mu$. Il ne sera pas possible de faire des spectres moins hauts, ce qui n'est d'ailleurs pas utile.

La combinaison de l'astigmatisme avec le spectre secondaire de l'objectif (achromatisme astrographique normal) n'entraîne pas de flou supplémentaire. Pour obtenir une bonne mise au point pour une grande région spectrale, il suffit de mettre la plaque légèrement plus loin de l'objectif que la focale la plus éloignée. Dans ces conditions, les images peuvent être bien nettes de 4 000 à 5 000 Å (largeur des raies inférieure à 40 μ). L'expérience confirme ces données.

Courbure de champ, défauts extra-axiaux de l'objectif. — Par suite de l'astigmatisme et de la courbure de champ de l'objectif, les images extra-axiales sont de petites ellipses dont les diamètres ont, à 1° du centre, les valeurs :

$$\begin{aligned} 2a &= 85 \mu && \text{pour le grand axe (radial),} \\ 2b &= 40 \mu && \text{pour le petit axe (tangentiell).} \end{aligned}$$

Ce sont ces défauts qui limitent le champ de netteté à environ 2° de diamètre. Une bonne mise au point (flou inférieur à 50 μ) sera réalisée à l'intérieur d'un champ de 2°,2 sur 1°,5.

Ce champ est nettement trop petit pour tirer complètement parti des qualités de notre prisme objectif. Un champ de 4 à 5° de diamètre est obtenu facilement avec un objectif à trois verres, dont l'emploi avec notre prisme s'impose absolument.

Essai du prisme objectif sur le ciel. — Les résultats de l'étude précédente ont été confirmés par l'essai sur le ciel.

La mise au point faite par tirage a montré que les spectres sont bien au point de 3 930 Å à 4 861 Å dans un champ ayant 2° dans la direction de la dispersion 2°,5 dans la direction perpendiculaire.

Les spectres obtenus dans de bonnes conditions (guidage, atmosphère) peuvent être considérés comme parfaits. Toutefois les spectres pris immédiatement après le coucher du Soleil sont généralement moins bons que ceux pris 1 ou 2 heures plus tard. Nous pensons que l'équilibre de température n'est pas réalisé au début de la nuit et que des tensions internes déforment les images. Un thermostat a été construit et permettra la stabilisation de la température du prisme.

LA PRISE DES CLICHÉS

Réglage de l'appareil. — Les réglages suivants ont été faits successivement avec tous les soins possibles.

1° Réglage de la mise en station de l'instrument. Nous estimons que la distance du pôle instrumental au pôle céleste est inférieure à 1'.

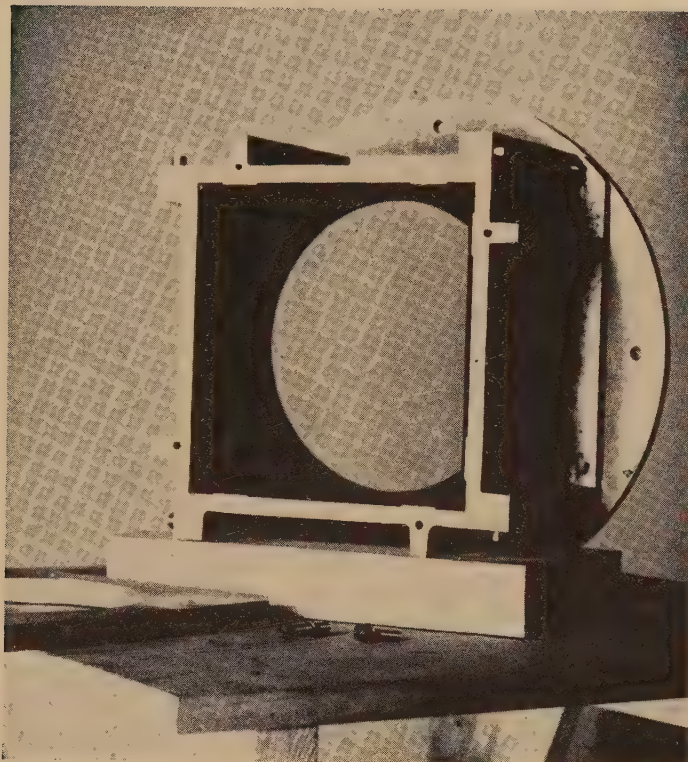


FIG. 2. — Le prisme dans son barillet.



FIG. 3. — Chevelure de Bérénice. Partie du cliché 51 agrandie 2 fois.

2° Réglage du prisme objectif.

a) Centrage de l'objectif.

b) Vérification de la normalité de la plaque à l'axe optique.

c) Réglage de la mise au point pour une étoile centrale, puis pour une étoile éloignée du centre du champ.

d) Réglage de l'orientation du prisme dans les deux positions par les butées spéciales. Un parallélisme aussi rigoureux que possible du spectre et du spectre renversé a été obtenu.

3° Réglage de la lunette guide. Notamment la direction du fil d'araignée doit être parallèle au mouvement diurne.

Prise des clichés. — a) Juxtaposition des spectres.

Nous avons obtenu les premiers clichés en décalant l'instrument en ascension droite, pour obtenir la juxtaposition des spectres. Une mesure sommaire a montré une très forte correction de vitesse radiale en fonction de l'angle horaire. L'explication de ce phénomène est immédiate :

Lorsqu'on déplace l'instrument en angle horaire, chaque étoile décrit sur la plaque une conique, qui est la projection du parallèle de l'étoile sur le plan tangent à la sphère au centre du champ.

Entre les première et seconde images, distantes de Δy sur la plaque, existe ainsi un petit déplacement Δx parallèle à la dispersion. Ce déplacement se calcule facilement ; son expression est :

$$\Delta x = \sin \delta \cdot \Delta y \cdot \Delta \alpha,$$

où δ est la déclinaison du centre du champ, $\Delta \alpha$ la différence d'angle horaire entre l'étoile considérée et le centre du champ, Δy le déplacement linéaire que subissent les spectres lorsqu'on décale l'instrument en ascension droite.

Dans le cas du cliché 43 :

$$\delta = 26^{\circ},13 \quad \Delta y = 1,255 \text{ mm},$$

on a :

$$\Delta x = 2,42\mu \quad \text{pour} \quad \Delta \alpha = 1 \text{ minute.}$$

Cette correction est loin d'être négligeable. On peut la déterminer avec une précision surabondante. Elle entraîne dans le champ de la plaque une correction de vitesse radiale :

$$\Delta x = \pm 25,8 \text{ km/sec pour } \Delta \delta = \pm 4 \text{ minutes.}$$

Il est encore plus simple d'éliminer cette correction en se servant de « l'effet pyramidal du prisme ». Nous rappelons qu'il s'agit de la petite déviation perpendiculaire à la dispersion, produite par une légère rotation des prismes de crown baryum par rapport au prisme de flint. On peut régler les prismes de telle façon que cet effet ait telle valeur que l'on désire. Dans ces conditions, les deux spectres peuvent être obtenus juxtaposés sans déplacement en angle horaire.

Notre prisme objectif produit un déplacement dans le sens perpendiculaire à la déviation de 0 mm,35. La distance de 0 mm,7 des spectres est très favorable.

b) Alternance des spectres.

Pour éliminer les corrections de champ, il est nécessaire de découper la pose de chaque spectre en un certain nombre de poses partielles et d'alterner les poses en tournant chaque fois le prisme entre deux poses successives.

Nous adopterons un schéma tel que

Spectre A	Pose	$(1 - m)t$
B		t
A		$2mt$
B		t
A		$(1 - m)t$

Dans ces conditions les deux spectres correspondent à la même heure (le milieu de la pose). Le schéma est symétrique.

Supposons que les déplacements du spectre en fonction du temps soient donnés par une série telle que

$$\Delta x = aT + bT^2 + cT^3 + \dots$$

Avec le schéma de pose symétrique précédent, toutes les corrections dépendant de T , T^3 , etc. sont nulles. Ne subsistent que les termes pairs. Il est possible de calculer m de telle façon que le terme en T^2 s'annule aussi. On trouve ainsi :

$$m = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0,618 :$$

m est la racine positive de l'équation

$$m^2 + m - 1 = 0.$$

Naturellement il suffira d'adopter pour m la valeur 0,6. Le schéma de pose devient

	0,4 t	t	1,2 t	t	0,4 t
Spectre	A	B	A	B	A

Même avec $m = 0,5$ et $t = 15$ minutes, les corrections sont parfaitement négligeables, car b est très petit. La réfraction différentielle donne $b = 0,2$, les défauts de mise en place $b = 0,8$ (Δx est exprimé en microns, T en heures).

Les précautions que nous prenons sont donc surabondantes.

MESURE DES VITESSES RADIALES DANS LA CHEVELURE DE BÉRÉNICE

Pour vérifier notre méthode, nous avons pris une série de clichés de l'amas ouvert de la Chevelure de Bérénice.

Cet amas contient un certain nombre d'étoiles des classes A à K de magnitude 5 à 7, dont les vitesses radiales sont connues. Les étoiles de magnitude 7,5 à 9 y sont très peu abondantes.

Nous avons pris deux séries de clichés :

1^o Des clichés sur plaques à grain fin (Ilford Rapid) ; chaque spectre a été posé 40 minutes ;

2^o Des clichés sur plaques sensibles, mais à forte granulation (Superfulgur). Chaque spectre a été posé 80 minutes. Ces clichés sont destinés à l'étude des étoiles faibles.

La vérification de notre méthode a été faite uniquement à l'aide de la première série, qui seule contient assez d'étoiles de vitesses radiales connues.

Les 10 meilleurs clichés ont été mesurés. Tous ces clichés ont été centrés sur l'étoile HD 107 966.

Pose des spectres	A	10	20	10 minutes
	B	20	20	

L'instrument n'a pas été déplacé en ascension droite lorsqu'on renversait le prisme. La distance des spectres est de 0 mm,70 ; la hauteur des spectres 0 mm,4. L'élargissement a été obtenu par dérèglage du mouvement horaire de l'instrument. Par suite d'un léger défaut d'entraînement horaire, le noircissement des spectres n'est pas très uniforme.

Douze étoiles se trouvent dans le champ utilisable. Deux étoiles supplémentaires au bord de la plaque ont été aussi mesurées. Elles doivent servir à déterminer une éventuelle correction de champ.

Mesure des clichés. — Tous ces clichés ont été mesurés à l'aide d'une machine à mesurer Hilger (Modèle L 13) :

On fait défiler le spectre de la gauche vers la droite et on mesure successivement les distances $H_{\gamma}' H_{\delta}''$ et $H_{\delta}' H_{\gamma}''$. (L'indice ' indique que la raie se trouve dans le premier spectre, '' dans le second spectre). Soit x_1 la moyenne de ces deux distances.

Le cliché est ensuite retourné de 180° dans son plan et remesuré. La deuxième série des mesures x_2 doit être très voisine de x_1 . La moyenne $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ fournira la vitesse radiale de l'étoile.

Erreur à craindre dans ces mesures. — La machine à mesurer est exempte d'erreur d'excentricité (nous avons trouvé cette erreur inférieure à 0,3 μ). Les erreurs progressives sont extrêmement petites, elles s'éliminent d'ailleurs dans les mesures si on prend soin de disposer le cliché de telle façon que la lecture pour H_{γ}' soit toujours la même.

Une mauvaise orientation des spectres et surtout des fils du micromètre entraîne de grosses erreurs sur x , mais il est facile de s'en affranchir :

La figure 4 montre en Of la position du fil de mesure lorsqu'on pointe le point O du spectre 1 et en PF la position du fil lorsqu'on pointe le point P'' du spectre 2.

La machine à mesurer donne la grandeur $OP = y$, alors que la quantité à mesurer est $O'P'' = x$.

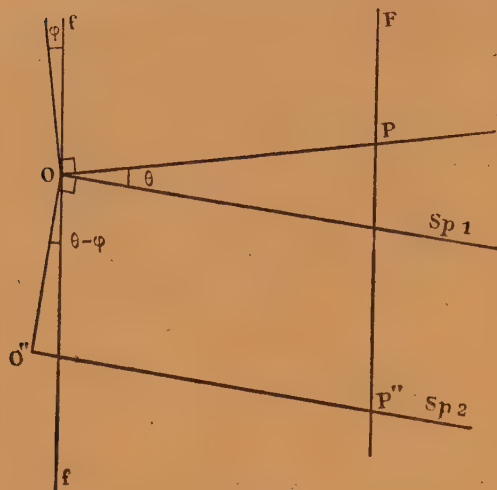


FIG. 4.

Soient φ l'angle du fil avec le normale à OP,

θ l'angle des spectres avec OP,

e la distance des spectres.

On a :

$$O'P'' = OP' + e \operatorname{tg}(\theta - \varphi),$$

$$OP = OP' \cos \theta + OP' \sin \theta \operatorname{tg} \varphi,$$

d'où

$$y = \{x - e \operatorname{tg}(\theta - \varphi)\} \{\cos \theta + \sin \theta \operatorname{tg} \varphi\},$$

d'où avec une approximation suffisante :

$$x = y \left(1 + \frac{\theta^2}{2} - \theta \varphi \right) + e(\theta - \varphi).$$

Si on mesure la même quantité x dans un autre couple de spectres de la plaque, on trouvera une légère différence, parce que θ n'aura pas pris exactement la même valeur, alors que φ est resté constant. La variation correspondante de x est

$$\delta x = y(\theta - \varphi) \delta \theta + e \delta \theta.$$

En général le terme $y(\theta - \varphi) \delta \theta$ est bien plus petit que le terme $e \delta \theta$.

Pour nos spectres les couples H_γ , H_δ donnent $y \sim 100 \mu$; il est aisé de rendre $(\theta - \varphi)$ inférieur à 0,02, de sorte que $y(\theta - \varphi) < 2 \mu$, alors que $e = 700 \mu$; donc dans la plupart des cas :

$$\delta y = e \delta \theta.$$

Pour que $\delta y < 1 \mu$, $\delta \theta$ doit être inférieure à $1/700$, soit 5 minutes d'arc. Il est difficile de refaire chaque fois l'orientation avec cette précision. Toutefois on peut conserver l'orientation du cliché avec cette précision à l'aide de glissières bien faites.

Formule de dispersion. — La formule de Cornu

$$\lambda_A - 2327,2 = \frac{92\,085}{48,710 - x_{\text{mm}}}$$

représente bien la dispersion de nos spectres.

Cette formule nous permet de calculer la sensibilité à l'effet Doppler-Fizeau, ainsi que la somme $f(x) + f(-x)$ (Tableau 1).

Avec toute la précision de nos mesures on a :

$$f(x) + f(-x) = 2,760 + 0,002\,31 x^2.$$

TABLEAU 1

FORMULE DE DISPERSION

x		$2f(x)$	$f(x) + f(-x)$
+ 12 mm	4 835,69	4,24	3,092
+ 10	4 706,09	3,92	2,989
+ 8	4 589,21	3,63	2,903
+ 6	4 483,29	3,38	2,840
+ 4	4 386,84	3,15	2,795
+ 2	4,298,65	2,95	2,769
0	4 217,70	2,76	2,760
- 2	4 143,14	2,59	
- 4	4 074,24	2,44	
- 6	4 010,37	2,30	
- 8	3 951,01	2,17	
- 10	3 895,69	2,06	
- 12	3 844,02	1,95	

L'approximation

$f(x) + f(-x) = 2,78$ est suffisante jusqu'à $x = 5$.

Naturellement pour un calcul exact des longueurs d'onde il faut ajouter à la formule de Cornu un terme de correction expérimental.

Variation de la dispersion dans le champ de la plaque. — Pour de nombreux clichés nous avons mesuré le distance des raies H_γ et H_δ du même spectre et nous avons essayé de vérifier la constance de la dispersion dans le champ de la plaque.

Nous avons ainsi constaté des variations de l'ordre du millième, environ 3 fois supérieures aux variations attendues. Mais les zones de dilatation ou de contraction se trouvent placées en des régions très diverses du champ. L'étude de quelques clichés nous fait supposer que ces variations sont dues exclusivement au séchage plus ou moins régulier de nos plaques. Ce défaut ne nous gêne pas, mais il nous paraît intéressant d'étudier une technique de séchage qui l'élimine.

Calcul des vitesses radiales. — Soit x_0 la distance $H_\gamma H_\delta$ pour l'étoile centrale de vitesse radiale V_0 ; nous calculons immédiatement la vitesse radiale d'une étoile E pour laquelle la distance $H_\gamma H_\delta$ est x par la formule :

$$V = V_0 - 2f_0(x - x_0),$$

$x - x_0$ étant supprimé en microns $2f_0 = 2,78$.

Le tableau n° 2 donne les résultats des mesures pour le cliché n° 84. Quelques étoiles ont été remesurées, d'où les différences entre ce tableau et le tableau suivant.

TABLEAU 2

MESURES DU CLICHÉ 84

ÉTOILE	x_1	x_2	x	$x - x_0$	$V - V_0$
HD 107 326	105,3	107,8	106,5	- 3,9	+ 10,8 km-sec
398	124,7	118,8	121,8	11,4	- 31,7
655	119,6	118,1	118,9	8,5	- 23,6
700	112,4	112,0	112,2	1,8	- 5,0
935	109,0	110,7	109,8	- 0,6	+ 1,7
966	112,8	107,7	110,4	0,0	0,0
108 007	109,4	113,4	111,4	1,0	- 2,8
283	118,9	123,0	120,9	10,5	- 29,2
382	113,0	110,8	111,9	1,5	- 4,2
486	107,0	110,0	108,5	- 1,9	+ 5,2
642	109,5	111,5	110,5	0,1	- 0,3
651	111,0	112,2	111,6	1,2	- 3,3
662	112,9	111,4	112,1	1,7	- 4,7

Les mesures individuelles des 10 clichés sont indiquées dans le tableau 3.

TABLEAU 3

VITESSES RADIALES. MESURES INDIVIDUELLES.

Numéro du cliché		Valeurs de $e - e_0$ en microns										Moyenne	
		51	53	65	68	71	73	75	81	82	84	$e - e_0$	$V - V_0$
Date JJ 2432 200		85,40	86,39	88,41	89,38	90,38	91,36	92,36	93,48	94,41	96,41		
Étoile	qualité												
HD107 325												Var	
326	4	4,2	1,4	2,2	- 0,2	- 0,4	- 2,2	0,8	- 4,9	3,6	- 5,5	- 0,1	0
398	1	16,7	- 1,0	5,4	12,2	- 3,3	(32,6)	10,9	- 0,3	2,8	10,3	5,9	- 24
700	5	7,0	1,6	7,2	1,8	5,5	4,6	0,5	5,8	6,7	0,7	4,14	var
935	2,5	10,2	- 3,4	3,4	- 1,0	3,1	- 1,8	3,7	5,6	9,5	- 1,8	2,75	- 7
966	10	- 1,5	- 0,7	- 0,4	0,5	- 0,1	0,5	- 0,9	- 0,3	1,9	- 1,1	- 0,21	0
108 007	4	4,9	6,0	1,8	- 0,8	0,7	- 0,6	- 1,8	- 2,2	1,3	- 0,1	- 0,06	0
382	10	2,5	1,8	0,2	0,5	3,2	1,3	(9,3)	- 0,8	- 1,0	1,3	1,00	- 2
486	4	- 3,8	- 4,2	5,6	- 1,0	4,4	3,5	- 2,9	2,1	0,3	- 3,9	0,10	- 0
642	4	- 8,2	- 16,3	- 9,2	- 3,2	1,9	9,4	12,6	16,0	9,9	- 1,0	var	var
651	4	0,9	- 6,	- 2,6	- 2,0	- 7,8	3,9	0,3	- 0,2	- 5,3	- 0,2	- 1,90	5
662	10	- 1,0	- 1,1	0,3	- 1,1	- 3,2	- 1,7	- 0,2	1,0	- 0,9	- 0,2	- 0,81	2
107 655	2	4,4	-	10,3	9,1	1,0	1,5	13,6	3,8	12,3	7,4	7,05	- 19
108 283	3	7,9	4,2	8,6	7,5	4,2	16,9	17,2	2,9	7,9	9,4	8,65	- 24

Toutes les mesures ont été ramenées à la moyenne des étoiles HD 107 966, 108 382 et 108 662. Les valeurs sont exprimées en microns, elles doivent être multipliées par — 2,78 pour obtenir les vitesses radiales $V - V_0$.

Les deux étoiles HD 107 665 et 108 283 sont en dehors du champ de netteté, mais elles ont été mesurées pour déterminer les corrections de champ.

Discussion des résultats. — Le tableau n° 4 résume les résultats et permet de les comparer avec les vitesses radiales connues. L'examen de ce tableau montre très nettement une correction en fonction de δ .

TABLEAU 4

RÉSULTATS

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
					V catalogue	$V_{P \text{ et } O}$	(6) — (7)		V_{PO}
HD 107 325	— 60'	+ 32'	K0	6,72	— 9,3	var.			var.
326	— 60	— 5	A5	6,25	+ 6 $\pm$ 5 var.	+ 0,3	(5,7)	0,0	— 1,2
398	— 56	+ 58	F2	6,64	(— 15)"	— 24,0		10,3	— 15,2
700	— 27	— 15	F5	5,20	— 1,9 $\pm$ 1,1 var.	var.		0,7	var.
935	— 3	— 16	A3	6,73	(— 10,5) ⁺	— 7,6		0,7	— 8,3
966	0	0	A2	5,16	+ 1,5 $\pm$ 0,8	+ 0,6	0,9	0,0	— 0,9
108 007	+ 4,5	— 30	A5	6,45	(— 4,5) ⁺ (— 14,5)"	+ 0,2		2,8	+ 1,5
382	+ 40	+ 43	A2	5,10	+ 1,7 $\pm$ 1,8	— 2,8	+ 4,5	5,6	— 1,3
486	+ 51	— 12	A3	6,65	(— 3,0) ⁺	— 0,3		0,4	— 1,4
642	+ 66	+ 8	A3	6,56	var. orb.	var.		0,2	var.
651	+ 68	— 12	A3	6,77		+ 5,3		0,4	+ 4,2
662	+ 69	— 9	A0p	5,38	— 1,6 $\pm$ 0,8	+ 2,2	— 3,8	0,2	0,7
107 655	— 31	— 80	A0	6,02	— 1,4 $\pm$ 1,3	— 19,6	+ 18,2	19,6	— 1,5
108 283	+ 31	+ 70	A5	5,29	— 3,3 $\pm$ 0,9	— 24,0	+ 20,7	15,0	— 10,5

⁺ Valeur mesurée à l'Observatoire de Haute-Provence (non publiée).

" Valeur communiquée par l'Observatoire de Merate.

La figure 5 représente les différences entre les vitesses radiales du catalogue et celles que nous avons déterminées en fonction de $\Delta\delta^2$. A la précision de nos mesures

$$\Delta V = 11. \Delta\delta^2,$$

$\Delta\delta$ étant exprimé en degrés.

Il faut chercher l'origine de cette correction dans la variation des aberrations résiduelles de l'objectif avec la longueur d'onde et la position de l'étoile dans le champ.

Au bord du champ la variation de l'aberration pour la raie H_γ n'étant pas la même

que pour H_δ , il n'est pas étonnant que les deux distances $H_\gamma H_\delta$ varient un peu avec la position de l'étoile dans le champ. Toutefois la variation est très petite. Nous devons la redéterminer, la valeur actuelle n'est basée que sur la valeur de deux vitesses radiales du catalogue de MOORE.

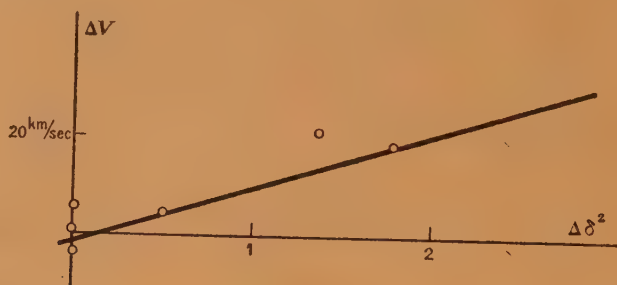


FIG. 5.

La colonne 7 donne les corrections de vitesses radiales qui ne sont pas importantes sauf pour les deux étoiles HD 107 398 et 108 382.

Nous pouvons déterminer définitivement la valeur de V_0 . En effet les vitesses radiales des étoiles repères sont :

	V P.O.	V Catalogue
HD 107 966	+ 0,9	+ 1,5
HD 108 382	+ 2,8	+ 1,7
HD 108 662	+ 2,4	- 1,6
	+ 2,03	+ 0,53

Les vitesses radiales du tableau sont donc trop grandes de 1,5 km/sec $V_0 = -1,5$.

Étoiles à vitesses radiales variables

Étoiles HD 108 642. — Le tableau n° 5 indique les résultats des mesures pour cette étoile (vitesses radiales définitives). Les phases φ ont été calculées à partir des éléments de HARPER, mais avec notre période.

La figure 6 représente les résultats en fonction du temps. Cette étoile a été étudiée par HARPER [2]. Notre courbe de vitesses radiales est en excellent accord avec la courbe publiée par cet auteur. Nos mesures permettent d'améliorer la période. Nous trouvons ainsi :

$$T = 11,786 \pm 0,001 \quad \text{au lieu de} \quad 11,783.$$

TABLEAU 5
ÉTOILE HD 108 642

Cliché	Date	Phase	VR P.O.	VR orbite Harper	VR orbite P.O.
—	JJ 2 432 000	—	—	—	—
—	+	—	—	—	—
51	285,398	0,3273	+ 21,5	+ 25	+ 23,4
57	6,389	0,4114	+ 44,0	+ 38	+ 40,0
65	8,407	0,5826	+ 24,3	+ 32	+ 25,5
68	9,380	0,6652	+ 7,6	+ 13	+ 10,1
71	290,380	0,7501	— 6,6	— 7	— 10,5
73	1,362	0,8334	— 27,4	— 23	— 26,5
75	2,364	0,9184	— 36,1	— 36	— 36,9
81	3,479	1,0130	— 45,8	— 42	— 40,4
82	4,413	1,0922	— 28,8	— 30	— 34,8
84	6,406	1,2613	+ 1,8	+ 11	+ 4,6

On a calculé la phase d'après les données de HARPER en modifiant très légèrement la période $T = 11,786$ au lieu de $T = 11,788$.

La phase 0 a lieu pour JJ. 2 432 281 540.

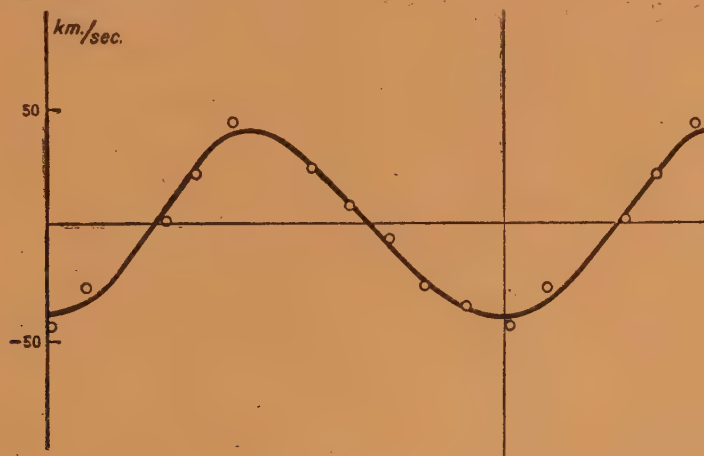


FIG. 6. — Vitesses radiales de l'étoile HD 108 642.

Le tableau indique les vitesses radiales calculées avec les données de HARPER. On voit que l'accord est très bon.

Prisme Objectif.	Harper
$P = 11,786$	11,788
$T = 2\ 432\ 291,386$	2 424 585,282
$\omega = 133^\circ$	198°50
$e = 0,09$	0,06
$K_1 = 41,3\text{ km/sec}$	41,27
$V_0 = -1,9\text{ km/sec}$	+ 1,79
$a \sin i = 6\ 667\ 000$	6 674 300

Nous avons d'autre part redéterminé les éléments de l'orbite par la méthode des moindres carrés. La courbe dessinée sur le graphique correspond à l'orbite calculée.

A cause de la petite valeur de l'excentricité, ω est mal déterminé. La grande différence entre notre valeur et celle de HARPER n'a rien d'étonnant. La quantité $\delta f = \frac{\delta\omega}{\mu}$ dans laquelle l'erreur sur ω est éliminée est effectivement petite ($-0,522$ J).

Les différences moyennes sont :

$$\begin{aligned} \text{Mesure} - \text{Orbite Harper} & \pm 4,3 \text{ km/sec} \\ \text{Mesure} - \text{Orbite Prisme objectif} & \pm 3,4 \text{ km/sec} \end{aligned}$$

Elles sont tout à fait compatibles avec la précision de nos mesures.

TABLEAU N° 6

	Date		
	JJ 2 432 200	HD 107 700	107 326
	+	—	—
51	85,40	— 20,3	— 13,2
53	86,39	— 5,2	— 5,4
65	88,41	— 20,8	— 7,6
68	89,38	— 5,8	— 0,9
71	90,38	— 16,1	— 0,4
73	91,36	— 13,6	+ 4,6
75	92,36	— 2,2	— 3,7
81	93,48	— 17,0	+ 12,1
82	94,41	— 19,4	— 11,2
84	96,41	— 2,7	+ 13,8

Étoiles HD 107 326 et HD 107 700. — Le tableau n° 6 indique les valeurs des vitesses radiales pour ces deux étoiles.

Nous confirmons leur variabilité.

Il semble que l'étoile HD 107 700 ait une période de 3,1 jours. On a construit la figure 7 en admettant cette période. Il faudra vérifier les éléments provisoires suivants :

$$T = 3,1 \text{ jours}$$

$$V_0 = -11 \text{ km/sec}$$

$$e = 0$$

$$K = 8 \text{ km/sec}$$

L'étoile HD 107 236 varie nettement dans l'intervalle de nos mesures. La période doit être de plusieurs dizaines de jours.

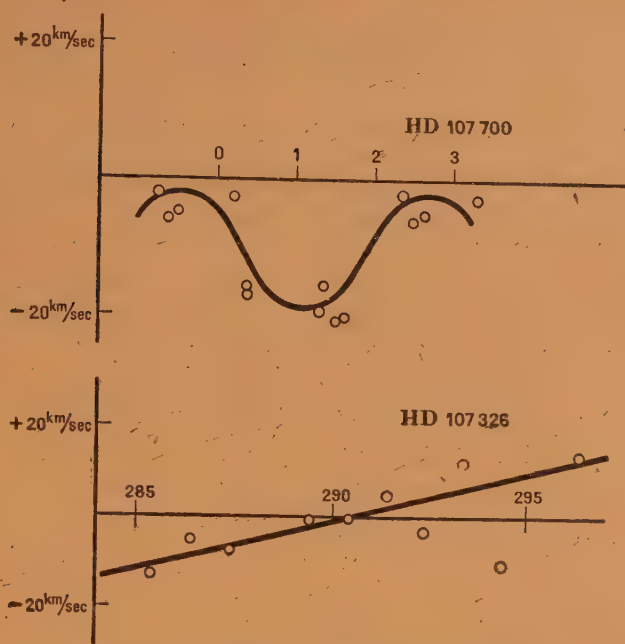


FIG. 7. — Vitesses radiales des étoiles HD 107 326 et 107 700.

Étoile HD 107 325. — Nos clichés ne contiennent qu'une étoile de type avance (K0).

La raie $4\,226\text{ \AA}$ qui est très voisine de la raie normale $4\,218\text{ \AA}$ est très nette et permet une détermination facile de la vitesse radiale. Nous nous proposons de déterminer avec nos clichés la valeur de cette distance pour une étoile de vitesse radiale nulle. L'expérience a montré que cette distance variait entre -200 et $-226\text{ \mu}$ lorsque la distance $H_\gamma\ H_\delta$ est ramenée à $100\text{ \mu}$ pour le cliché.

A première vue les variations étaient très capricieuses d'un jour à l'autre et ne pouvaient s'expliquer que par une période inférieure à 1 jour. Dans le but de débrouiller ce phénomène, nous avons pris une série de clichés très rapprochés les 16, 17, 18 mai. Ces clichés montrèrent immédiatement que la période devait être voisine de $1/2$, $1/3$ ou $1/4$ jour. Quatre nouveaux clichés pris les 26 et 27 mai ne laissèrent que la possibilité d'une période de $1/2$ jour, la valeur admise est $0,49116$ jour. Le tableau n° 7 indique toutes les mesures de vitesses radiales faites pour cette étoile.

Ces vitesses radiales sont un peu plus dispersées que pour les autres étoiles. Les raisons en sont multiples.

1) Les heures des milieux des clichés 51 à 96 n'ont pas été marquées avec une précision suffisante.

2) Les clichés 100-120 ont été pris avec de très courtes poses sur plaques à gros grains, dans le but de prendre de nombreux clichés par nuit.

3) Certains des derniers clichés ont été pris très loin du méridien.

Ces erreurs entraînent la grosse fluctuation visible sur notre graphique. D'un autre côté la valeur de la distance des raies pour $V = 0$ n'a été déterminée qu'à l'aide d'un

TABLEAU N° 7

VITESSES RADIALES DE L'ÉTOILE HD 107 325

Cliché	Date	Phase	V
51	285,398	0,749	— 18
53	6,389	2,768	— 37
65	8,407	6,877	— 39
68	9,380	8,858	— 18
71	290,374	10,890	— 29
73	1,362	12,892	— 53
75	2,364	14,932	— 60
81	3,479	17,203	+ 12
82	4,415	19,105	— 29
84	6,407	23,163	— 19
96	322,400	75,037	— 56
97	458	76,204	— 15
98	508	306	+ 1
100	323,379	77,080	— 63
101	403	78,129	— 39
103	447	218	— 16
104	462	249	— 2
106	500	326	— 7
107	520	367	— 5
108	324,388	80,134	— 23
109	406	171	— 25
110	424	207	— 7
111	441	242	— 16
112	458	276	+ 1
113	475	311	+ 2
114	493	348	— 4
116	330,385	92,344	— 10
117	441	458	+ 10
118	488	554	+ 13
120	331,453	94,518	+ 2

cliché comportant à la fois les étoiles HD 107 966 et 108 381 (γ Com.). Les mesures permettent néanmoins la détermination d'une orbite que nous nous proposons d'améliorer l'année prochaine.

La période la plus convenable est $T = 0,49116$ jour.

Avec cette période, les points se placent comme l'indique la figure n° 8 à la précision de nos mesures, cette courbe peut être regardée comme symétrique. On en déduit $\omega = 180^\circ$.

Nous avons déterminé par les méthodes graphiques classiques l'orbite provisoire suivante :

$$P = 0,49116 \text{ jour}$$

$$T = 2432\,285,030$$

$$\omega = 180^\circ$$

$$e = 0,30$$

$$K_1 = 36,6 \text{ km/sec}$$

$$a \sin i = 236\,000 \text{ km}$$

$$f = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = 0,0022$$

$$V_0 = -17 \text{ km/sec.}$$

La courbe dessinée sur notre graphique correspond aux éléments précédents.

Sauf un point, compte tenu des difficultés signalées plus haut, l'accord est satisfaisant.

Il est probable que la variabilité de cette étoile a échappé aux observateurs du

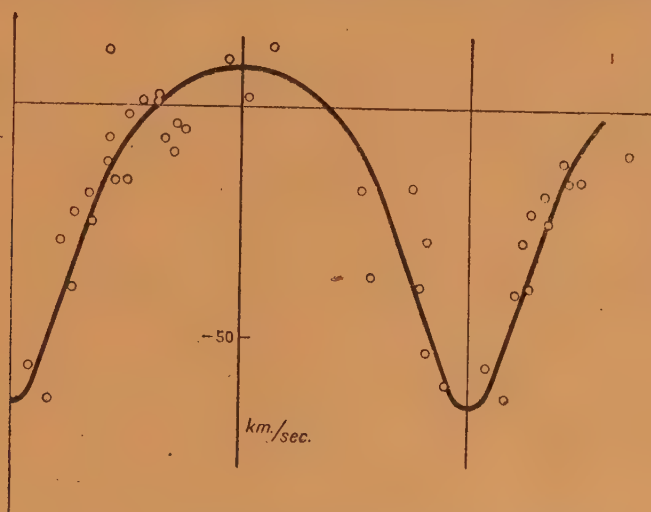


FIG. 8. — Vitesses radiales de l'étoile HD 107 325.

Mont Wilson par suite d'un effet stroboscopique, la période étant très voisine de $1/2$ jour. La valeur publiée par cet observatoire n'est d'ailleurs que la moyenne de trois mesures.

L'orbite que nous avons déterminée est très surprenante. Si nous avons bien affaire à un double spectroscopique, la grande valeur de l'excentricité, 0,3, et les très faibles valeurs de $a \sin i$ et de $f = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2}$ en font une étoile très particulière.

Par contre, si nous admettons que nous avons affaire à une Céphéide, les valeurs de

pour les étoiles à vitesse radiale constante. On trouve ainsi les erreurs moyennes de la dernière colonne. Ces valeurs caractérisent la précision interne de nos mesures. La figure 9 montre comment la précision varie avec la qualité du spectre. En moyenne on peut espérer une précision de ± 3 km/sec pour la moyenne des 3 mesures.

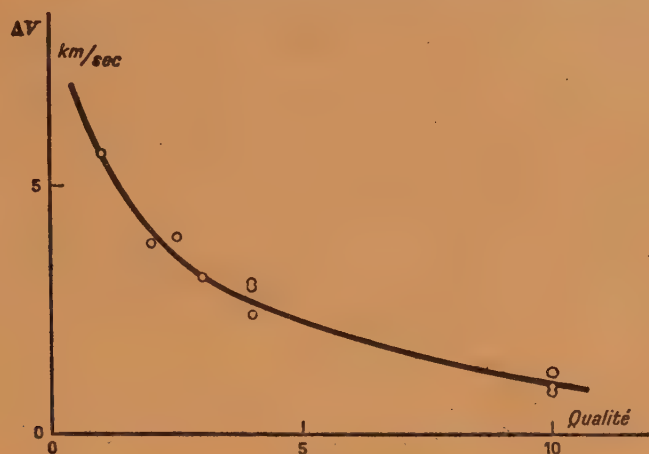


FIG. 9. — Erreur de mesure en fonction de la qualité des spectres.

Comparaison avec les mesures au spectrographe à fente. — La figure 10 représente nos déterminations de vitesses radiales V_{PO} en fonction de toutes les mesures faites

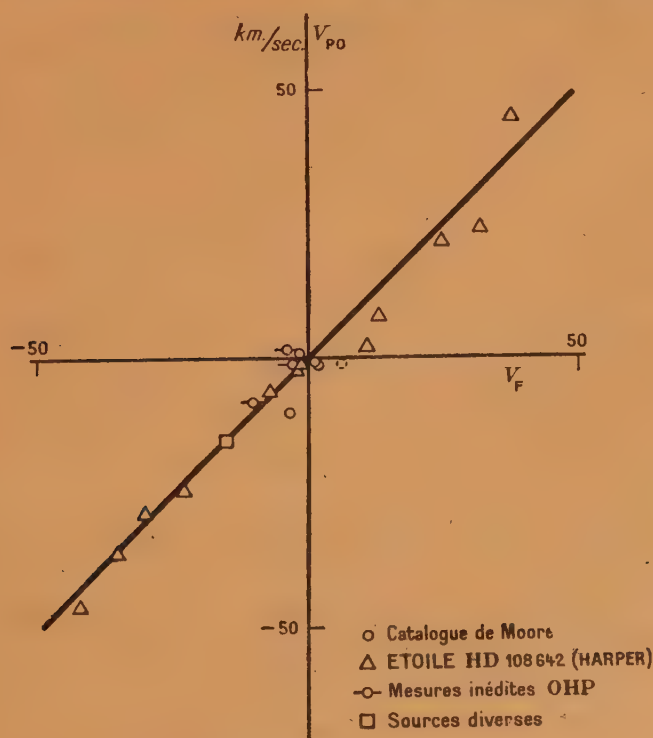


FIG. 10. — Vitesses au prisme objectif en fonction des vitesses au spectrographe à fente.

au spectrographe à fente V_F . Cette figure montre que l'accord entre les deux séries est très bon.

Dans le tableau n° 9 nous avons indiqué les erreurs pour les diverses étoiles observées. Les poids 4 ont été donnés aux étoiles centrales, qui figurent dans le catalogue

TABLEAU 9.

	$V - V_{PO}$	Poids		
107 398	- 0,2	2		
935	- 2,2	2		
966	+ 2,4	4	Moyenne pondérée	+ 0,4
108 007	+ 6,0	2	Ecart moyen	$\pm 3,0$
382	- 3,0	4		
486	- 1,6	2		
642	+ 2,6	4		
662	- 2,3	4		
107 655	+ 0,1	1		
108 283	+ 7,2	1		

du MOORE, ainsi qu'à l'étoile HD 108 642 ; les poids 2 aux étoiles mesurées par nous-même ; le poids 1 aux étoiles qui sont en dehors du champ de netteté. La moyenne pondérée est + 0,4. Écart moyen $\pm 3,0$ km/sec. L'accord de nos mesures avec les mesures classiques est excellent.

CONCLUSION

Nous avons réalisé un prisme objectif à champ normal. Nous avons effectué des mesures de vitesses radiales avec cet appareil sur un champ riche en étoiles brillantes. Nous pensions seulement vérifier notre méthode et obtenir quelques mesures nouvelles. Nous avons déterminé pour la première fois les vitesses radiales de 5 étoiles. De plus nous avons pu redéterminer l'orbite d'une double spectroscopique connue, en améliorant sa période, calculer des éléments provisoires pour une autre et confirmer la variabilité de deux étoiles.

La précision de nos mesures est aussi bonne que nous pouvions l'espérer, ± 3 km/sec pour la moyenne de 3 mesures.

Grâce à notre méthode on peut espérer augmenter très rapidement le nombre des vitesses radiales connues. Il sera possible d'atteindre assez facilement la 10^e grandeur avec le prototype actuel.

La prise des clichés et leur mesure ne sont pas longues. Avec des plaques à grain fin, on atteint la 7^e grandeur avec deux poses de 40 minutes. La mesure du cliché

et son dépouillement durent 1 h 30. En 3 heures de travail nous obtenions donc dans notre cas 12 vitesses radiales, soit une durée moyenne de 15 minutes par mesure complète. Pour des champs riches en étoiles, ce temps est encore diminué.

Nous espérons que notre méthode contribuera à la solution de nombreux problèmes de statistiques stellaires et permettra la découverte de nombreuses doubles spectroscopiques.

Je remercie Mr A. DANJON, Directeur de l'Observatoire de Paris, qui est à l'origine de ce travail et dont la constante sollicitude a beaucoup facilité mes recherches.

Je suis très reconnaissant à Mr A. COUDER, Astronome titulaire à l'Observatoire de Paris, qui a bien voulu discuter mon projet et en assurer la réalisation.

Je remercie Mr BOSLER, Directeur de l'Observatoire de Marseille, et Mr DUFAY, Directeur de l'Observatoire de Haute Provence pour toutes les facilités qu'ils m'ont accordées dans leurs établissements.

Tout le personnel de l'Observatoire de Haute Provence m'a apporté sa précieuse collaboration. MMrs DELESTRADÉ et BLANC ont étudié et réalisé la monture de mon appareil. Mr MEVOLHON m'a assisté dans la prise de nombreux clichés.

Manuscrit reçu le 17 septembre 1947.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BOK and CUSKEY, *An. Harv. O.* Vol. 105, n° 16, p. 327.
- [2] W. E. HARPER, *D. A. O.* 3 (1936), p. 315 ; *D. A. O.* 6 (1935), p. 230.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté :

La répartition des intensités dans les spectres de bandes.

Vu et approuvé

Paris, le 1er Juillet 1947

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. CABANNES

Vu

et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie
de Paris :

Jean SARRAILH

